Hoofdstuk 11B - Meetkundig redeneren

Voorkennis

V-1a $\angle C = 180° - 80° - 35° = 65°$
$\angle E = 360° - 90° - 90° - 102° = 78°$
$\angle J = 360° - 107° - 73° - 107° = 73°$

b De tegenover elkaar liggende hoeken van deze vierhoek zijn gelijk, dus deze vierhoek is een parallellogram.

V-2a Figuur 1 is een gelijkzijdige driehoek.
Figuur 2 is een gelijkbenige driehoek.
Figuur 3 is een vierkant.
Figuur 4 is een rechthoek.
Figuur 5 is een ruit.
Figuur 6 is een parallellogram.
Figuur 7 is een vlieger.

b Als van een vierhoek de vier hoeken recht zijn, is de vierhoek een rechthoek. Dat geldt ook voor een vierkant.
Als van een vierhoek bovendien de vier zijden even lang zijn, is de vierhoek een vierkant. Dat geldt niet voor een rechthoek.

V-3a De hoeken vormen een F-figuur, omdat de lijnen m en n evenwijdig zijn.

b De hoeken vormen een Z-figuur.

c $\angle A_1 = \angle A_3$ want het zijn overstaande hoeken.

V-4a Omdat KM evenwijdig is aan NP, vormen deze twee hoeken een Z-figuur.

b Omdat KM evenwijdig is aan NP, vormen deze twee hoeken een F-figuur.

c $\angle K = \angle N_3$ (zie opdracht b)
$\angle M_{12} = \angle P_2$ (F-figuur)
$\angle L$ zit in beide driehoeken
Dus van de driehoeken KLM en NLP zijn de overeenkomstige hoeken even groot.
De driehoeken zijn dan gelijkvormig.

d De oppervlakte is $(6 + 12) \times 12 : 2 = 108$ cm^2.

e $KN = 18$ cm, $NL = 12$ cm, dus de factor waarmee $\triangle KLM$ is vermenigvuldigd is $12 : 18 = \frac{2}{3}$.
De oppervlakte van $\triangle NLP$ is $108 \times \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 48$ cm^2.

f $\tan \angle K = \dfrac{MN}{KN}$ dus $\tan \angle K = \frac{12}{6} = 2$
$\angle K = \tan^{-1}(2) \approx 63°$

g $\angle N_3 = \angle K$ dus $\angle N_3 = 63°$
$\angle N_1 = 90°$ dus $\angle N_2 = 180° - 90° - 63° = 27°$
Omdat $LN = NM$ is $\angle L = \angle M_2$. Verder is $\angle N_{23} = 90°$, dus is $\angle M_2 = (180° - 90°) : 2 = 45°$.
Dus is $\angle P_1 = 180° - 45° - 27° = 108°$.

V-5a Je moet met $9:6=1{,}5$ vermenigvuldigen.

b Overeenkomstige zijden zijn PQ en LM, QR en MN, KR en KN en tot slot KP en KL.

c De factor is 1,5.
$QR = 12 : 1{,}5 = 8$ cm
$KR = 15 : 1{,}5 = 10$ cm
$KP = 5 : 1{,}5 = 3\frac{1}{3}$ cm.

d $\angle P = \angle L$, $\angle Q = \angle M$, $\angle R = \angle N$ en $\angle K = \angle K$

e De lijnen LM en PQ vormen samen met de lijn KL een F-figuur, omdat de hoeken P en L even groot zijn.

V-6a Doordat DE evenwijdig is met AB zijn de hoeken D en A even groot (F-figuur), evenals de hoeken E en B (F-figuur). Hoek C zit in beide driehoeken. Omdat de overeenkomstige hoeken gelijk zijn, zijn de twee driehoeken gelijkvormig.

b Omdat $CE = 5$ cm en $CB = 10 + 5 = 15$ cm is de vergrotingsfactor is $15 : 5 = 3$.
$AC = 3 \times 4 = 12$ cm, dus $AD = 12 - 4 = 8$ cm.
$AB = 3 \times 4{,}5 = 13{,}5$ cm.

c In de figuur zie je twee Z-figuren, waardoor de hoeken DEA en BAE even groot zijn, evenals de hoeken EDB en DBA. Hoek S is in beide driehoeken ook even groot (overstaande hoeken). Omdat de overeenkomstige hoeken gelijk zijn, zijn de twee driehoeken gelijkvormig.

d De factor is $4{,}5 : 13{,}5 = \frac{1}{3}$.

11B-1 Eigenschappen en definities

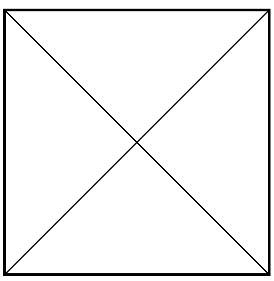
1a De eigenschappen 1, 2, 4 en 6 horen bij een rechthoek.

b Een vierhoek waarvan de tegenoverliggende zijden even lang zijn kan ook een parallellogram zijn (en een parallellogram is geen rechthoek).

c Nee, dat lukt niet.

d Eigenschap 1 geldt ook voor een vierkant.
Eigenschap 6 geldt ook voor een ruit, een parallellogram en een vierkant.

2a



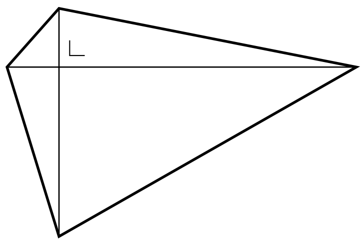
b De eigenschappen 1, 2, 4 en 6 gelden ook voor een vierkant.

c De zijden van een vierkant zijn allemaal even lang.

d De diagonalen van een vierkant staan loodrecht op elkaar.

e Een vierkant heeft alle eigenschappen van een rechthoek, maar een rechthoek heeft niet alle eigenschappen van een vierkant.

3a



b De diagonalen moeten loodrecht op elkaar staan en één diagonaal moet de andere diagonaal middendoor delen.

c Dat klopt niet. De bewering geldt ook voor een parallellogram en een parallellogram is geen vlieger.
Als je in de bewering opneemt dat *aangrenzende* zijden twee aan twee even lang zijn, klopt de bewering wel.

4a Je legt daarmee niet vast dat alle zijden even lang zijn. Het kan dus ook een rechthoek zijn.

b Eigenschap 2 legt niet vast dat de vier hoeken 90° zijn. Het kan dus ook een ruit zijn.

c Een vierhoek waarvan de vier zijden even lang zijn en loodrecht op elkaar staan is een vierkant.

d Dat is de definitie van een parallellogram.

5a Elke vierhoek waarvan de vier hoeken 90° zijn is een rechthoek.

b Frits heeft gelijk.

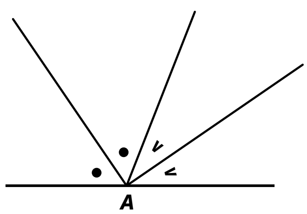
c Als van een vierhoek de diagonalen elkaar middendoor delen is de vierhoek een parallellogram. Een ruit heeft ook deze eigenschap, dus is een ruit ook een parallellogram.
Bij een ruit staan de diagonalen echter ook nog loodrecht op elkaar. Dat is bij een parallellogram niet altijd zo. Een parallellogram hoeft dus geen ruit te zijn.

6a Definitie 1 hoort bij een gelijkbenige driehoek.
Definitie 2 hoort bij een gelijkzijdige driehoek.
Definitie 3 hoort bij een ruit.

b Een vierhoek waarvan de diagonalen loodrecht op elkaar staan, elkaar middendoor delen en even lang zijn, is een vierkant.

11B-2 Bewijzen

7a



b De hoek tussen de deellijnen is 90°.

c -

d De hoek is weer 90°.

e De hoek zal telkens 90° zijn.

8a Je mag verwachten dat die hoek 90° is.

b Dat geldt omdat de lijnen l en m deellijnen zijn en deellijnen delen de hoek precies middendoor.

c $\angle B_1 + \angle B_2 + \angle B_3 + \angle B_4 = 180°$
$\angle B_2 + \angle B_2 + \angle B_3 + \angle B_3 = 180°$ dus
$2 \times (\angle B_2 + \angle B_3) = 180°$.

d Uit opdracht c volgt $\angle B_2 + \angle B_3 = 180° : 2 = 90°$.
Zonder de hoeken te meten heb je beredeneerd dat $\angle B_{23} = 90°$. Dus geldt dat voor elke hoek in deze situatie.

9a Als een driehoek twee gelijke zijden heeft, zijn de hoeken tegenover die zijden gelijk.

b Door het spiegelen zijn ook de zijden KN en LN even lang als KM en LM. De vierhoek $KLMN$ heeft dus vier gelijke zijden en is daarmee een ruit.

c In een ruit zijn de tegenoverliggende zijden evenwijdig aan elkaar. Daardoor vormen de zijden KM en LN samen met de lijn KL een Z-figuur. De hoeken in die Z-figuur zijn $\angle K_1$ en $\angle L_2$. Dus geldt $\angle K_1 = \angle L_2$.

d Vanwege het spiegelen is $\angle L_1 = \angle L_2$. Omdat ook geldt $\angle K_1 = \angle L_2$ (opdracht c) volgt hieruit $\angle K_1 = \angle L_1$.

10a Vanwege de evenwijdigheid van de tegenoverliggende zijden liggen de hoeken $\angle P_1$ en $\angle R_1$ in een Z-figuur en zijn dus even groot.
Hetzelfde geldt voor de hoeken $\angle P_2$ en $\angle R_2$.

b $PS \mathbin{//} QR$ dus $\angle P_1 = \angle R_1$ (Z-figuur)
$PQ \mathbin{//} SR$ dus $\angle P_2 = \angle R_2$ (Z-figuur)
$\angle P_1 + \angle P_2 = \angle R_1 + \angle R_2$ dus $\angle P = \angle R$

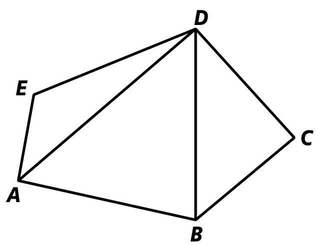
c $PQ \mathbin{//} RS$ dus $\angle Q_1 = - S_1$ (Z-figuur)
$QR \mathbin{//} PS$ dus $\angle Q_2 = \angle S_2$ (Z-figuur)
$\angle Q_1 + \angle Q_2 = \angle S_1 + \angle S_2$ dus $\angle Q = \angle S$

11a Het zijn de drie hoeken van $\triangle ABC$.

b Omdat $\angle A_2 + \angle C_2 + \angle D = 180°$ (de drie hoeken van $\triangle ACD$) is
$\angle A_1 + \angle B + \angle C_1 + \angle A_2 + \angle C_2 + \angle D = 180° + 180° = 360°$.

c Elke vierhoek kun je op deze manier verdelen in twee driehoeken. De vier hoeken van een vierhoek zijn dus altijd samen $2 \times 180° = 360°$.

d



e De vijf hoeken van de vijfhoek $ABCDE$ zijn te verdelen in de hoeken van drie driehoeken. Alle hoeken bij elkaar zijn dus $3 \times 180° = 540°$.

12a De n-hoek wordt in $n - 2$ driehoeken verdeeld.

b De n hoeken van de n-hoek zijn te verdelen in de hoeken van $n - 2$ driehoeken.
De som van de hoeken is dus $(n - 2) \times 180°$.

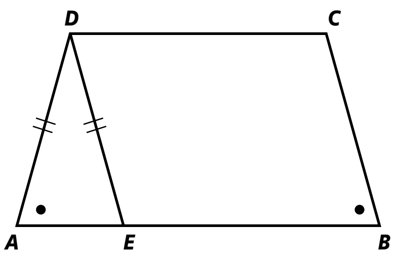
11B Stellingen

13a Omdat lijn m evenwijdig is met AB vormen de hoeken Z-figuren.
b De drie hoeken vormen samen een gestrekte hoek, dus 180°.
c Omdat $\angle C_1 = \angle A$ en $\angle C_3 = \angle B$ heb je bij opdracht b aangetoond dat $\angle A + \angle C_2 + \angle B = 180°$, dus dat de drie hoeken van een driehoek samen 180° zijn.

14a De hoeken $\angle D_1$ en $\angle D_2$ vormen samen een gestrekte hoek, dus 180°.
Er geldt: $\angle D_1 + \angle D_2 = 180°$, dus $\angle D_2 = 180° - \angle D_1 = 180° - \alpha$.
b In $\triangle ADC$ geldt $\angle A + \angle D_1 + \angle C_1 = 180°$.
Omdat $\angle D_1 = 180° - \alpha$ is $\angle A + 180° - \alpha + \angle C_1 = 180°$.
Dus is $\angle A + \angle C_1 = \alpha$.
Uit $AD = DC$ volgt dat $\angle A = \angle C_1$, dus is $\angle A = \alpha : 2 = \frac{1}{2}\alpha$.

15 In $\triangle KLP$ is $\angle K_2 = 180° - \angle L - \angle P$.
In $\triangle LMN$ is $\angle M_2 = 180° - \angle L - \angle N$.
Omdat $\angle P = \angle N$ (= 90°) geldt dus dat $\angle K_2 = \angle M_2$.

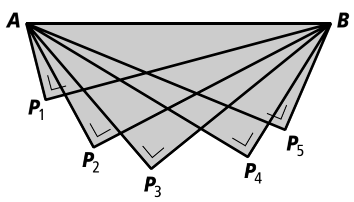
16a Omdat de lijnen DE en CB evenwijdig zijn, vormen $\angle E_1$ en $\angle B$ een F-figuur.
b Omdat $EBCD$ een parallellogram is, is $DE = BC$. Omdat ook geldt $AD = BC$, is dus $AD = DE$, en daaruit volgt weer dat $\angle E_1 = \angle A$. Volgens opdracht a is $\angle B = \angle E_1$ en dus is $\angle A = \angle B$.
c Teken in vierhoek $ABCD$ punt E op AB met $DE = AD$. Omdat driehoek AED gelijkbenig is, is $\angle A = \angle DEA$. Maar dan is ook $\angle B = \angle DEA$ en dus DE evenwijdig met CB.
Omdat BE en CD ook evenwijdig zijn is vierhoek $EBCD$ een parallellogram.
Dus is $ED = BC$ en daarmee ook $AD = BC$.



17a De hoeken vormen een Z-figuur.
b $\angle C_1 = \angle C_2$ en omdat $\angle C_1 = \angle E_3$ is ook $\angle E_3 = \angle C_2$.
c Omdat $\angle D_2 = \angle D_3$ is ook $\angle D_2 = \angle E_1$. Dan is ook $DA = AE$.
Omdat $\angle E_3$ en $\angle C_2$ beide gelijk zijn aan $\angle C_1$, geldt $\angle E_3 = \angle C_2$ en daarmee ook $BC = EB$.
$AD + BC = AE + EB$, en dus $AD + BC = AB$.

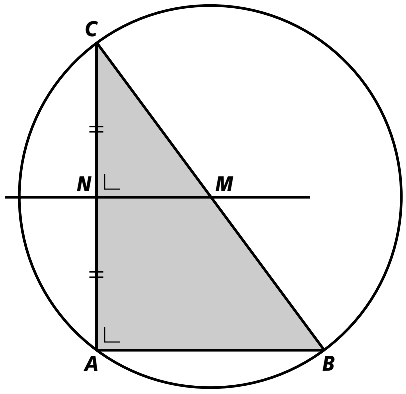
11B-4 De stelling van Thales

18a Bijvoorbeeld de plaatsen P_1, P_2, P_3, P_4 en P_5:



b Alle punten P waarvoor $\angle APB = 90°$ liggen op een cirkel.

19a/d

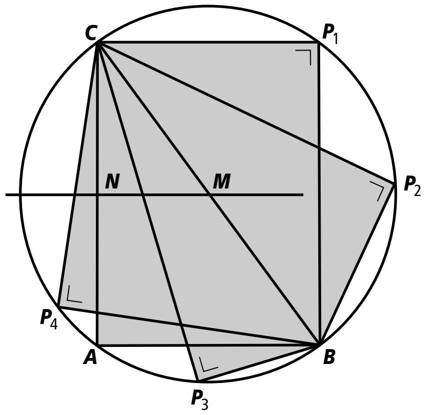


b De middelloodlijn van AC snijdt AC in punt N en BC in punt M. Lijn NM is evenwijdig met AB. De driehoeken CNM en CAB zijn gelijkvormig, want de overeenkomstige hoeken zijn gelijk. De vergrotingsfactor is 2 want $CA = 2 \times CN$. Dan geldt dus ook $CB = 2 \times CM$. Hieruit volgt dat M het midden is van BC.

c M ligt op de middelloodlijn van AC, dus geldt $MA = MC$.
In opdracht b heb je aangetoond dat $MB = MC$.
M heeft gelijke afstanden tot A, B en C. Deze punten liggen dus op een cirkel met middelpunt M.

d Zie opdracht a.

e



De hoeken zijn telkens 90°.

f Voor elk punt P op de cirkel met middellijn AB geldt $\angle BPC = 90°$.

20a In driehoek APM geldt:
$AM = MP = r$ (de definitie van een cirkel) dus $\angle MAP = \angle MPA = \alpha$ (in een gelijkbenige driehoek zijn twee hoeken gelijk).

b In driehoek MBP geldt:
$BM = MP = r$ (de definitie van een cirkel)
$\angle MBP = \angle MPB = \beta$ (driehoek BMP is gelijkbenig)

c $\angle APB = \alpha + \beta$ (volgt uit opdracht a en b)
In $\triangle ABP$ is $\angle A + \angle B + \angle P = 180°$.
Dus is $\alpha + \beta + \alpha + \beta = 180°$.
Uit $2 \times (\alpha + \beta) = 180°$ volgt $\alpha + \beta = 180° : 2 = 90°$, dus is $\angle APB = 90°$.

21a S ligt op de cirkel met middellijn AB dus $\angle ASB = 90°$ (is al bewezen in opdracht 20).

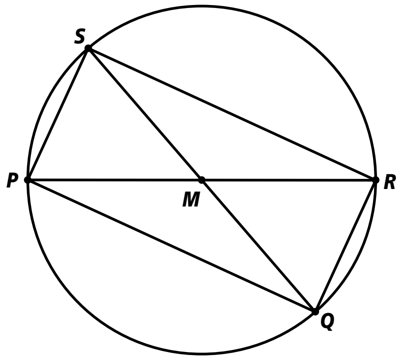
b $\angle QSA = 90°$ want de hoeken bij S vormen samen een gestrekte hoek.

c $\angle AQB < 90°$
Immers $\angle AQB = \angle AQS$ en omdat de drie hoeken in $\triangle ASQ$ samen 180° zijn, en één hoek al 90° is, zijn beide andere hoeken in $\triangle ASQ$ kleiner dan 90°.

d Omdat T op de cirkel ligt met middellijn AB is $\angle RTB = \angle ATB = 90°$.
Dan is $\angle BRT < 90°$ en dus $\angle ARB > 90°$, want $\angle ARB + \angle BRT = 180°$.

e Als R buiten de cirkel ligt is $\angle R < 90°$, als R binnen de cirkel ligt is $\angle R > 90°$. Heb je dus een punt R waarvoor $\angle R = 90°$, dan kan het punt niet buiten, maar ook niet binnen de cirkel liggen. R ligt dan dus op de cirkel.

22a/b



c S ligt op de cirkel met middellijn PR dus is volgens de stelling van Thales $\angle PSR = 90°$. Zo is ook $\angle PQR = 90°$.
P ligt op de cirkel met middellijn QS, dus is $\angle QPS = 90°$. Zo is ook $\angle QRS = 90°$.
Vierhoek $PQRS$ heeft vier rechte hoeken en is daarmee een rechthoek.

11B-5 Hoeken in een cirkel

23a Hij ziet zowel Rocco en Sjoerd als Sjoerd en Theo onder een hoek van $360° : 6 = 60°$.

b Rocco en Valentijn ziet hij onder een hoek van $2 \times 60° = 120°$.
Valentijn en Theo ziet hij ook onder een hoek van 120°.

c Punten die op een cirkel liggen met gelijke onderlinge afstand zie je vanuit het middelpunt onder dezelfde hoek.

d Uwe ziet Rocco en Sjoerd onder een hoek van 30° (vind je door te meten).
Valentijn ziet Rocco en Sjoerd ook onder een hoek van 30°.

e De hoek waaronder de coach de twee sporters ziet is twee keer zo groot als de hoek waaronder Theo ze ziet.

24a $\angle KML = 90°$; $\angle KAL = 45°$; $\angle KBL = 45°$ en $\angle KCL = 45°$.

b $\angle KAL$ is de helft van $\angle KML$. Ook $\angle KBL$ en $\angle KCL$ zijn de helft van $\angle KML$.

c/d -

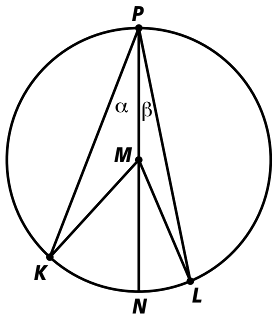
e Ook nu geldt weer dat $\angle KML$ twee keer zo groot is als $\angle KAL$, $\angle KBL$ en $\angle KCL$.

f Als de punten A, K en L op de cirkel liggen met middelpunt M, dan is $\angle KML$ twee keer zo groot als $\angle KAL$.

25a Driehoek KPM is gelijkbenig, dus is $\angle MKP = \angle MPK = 40°$.
Dan is $\angle KMP = 180 - 2 \times 40° = 100°$.
Omdat de hoeken bij M samen een gestrekte hoek vormen, is
$\angle KML = 180° - 100° = 80°$.

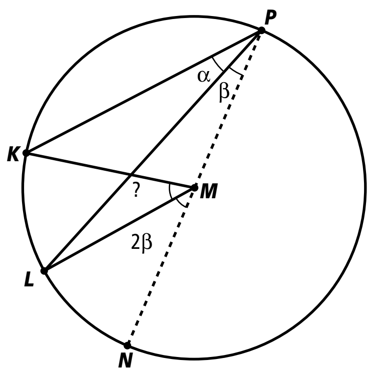
b Driehoek KPM is gelijkbenig dus is $\angle MKP = \angle MPK = \alpha$.
Dan is $\angle KMP = 180 - 2 \times \alpha = 180° - 2\alpha$.
Omdat de hoeken bij M samen een gestrekte hoek vormen, is
$\angle KML = 180° - (180° - 2\alpha) = 2\alpha$.

26a



b PM snijdt de cirkel in punt N.
Dan is volgens opdracht 25: $\angle KMN = 2 \times \angle KPN$
dus is $\angle KMN = 2\alpha$. Zo is ook $\angle LMN = 2\beta$.
Dan is $\angle KML = 2\alpha + 2\beta = 2 \times (\alpha + \beta) = 2 \times \angle KPL$.

27



Te bewijzen is: $\angle KML = 2 \times \angle KPL$.
M ligt buiten $\angle KPL$. Teken de middellijn PN.
Noem $\angle KPL = \alpha$ en $\angle LPM = \beta$.
Volgens opdracht 25 is $\angle LMN = 2 \times \angle LPN = 2\beta$ en ook
$\angle KMN = 2 \times \angle KPM = 2(\alpha + \beta) = 2\alpha + 2\beta$.
Verder is $\angle KMN = \angle KML + \angle LMN = ? + 2\beta$.
Hieruit volgt dat $\angle KML = 2\alpha = 2 \times \angle KPL$.

28a $\angle A = 65°, \angle B = 100°, \angle C = 115°$ en $\angle D = 80°$

b -

c $\angle A$ is de omtrekshoek en $\angle BMD$ is de middelpuntshoek die op de boog BD staat, dus is $\angle BMD = 2 \times \angle A$.

d Bij de omtrekshoek C hoort de middelpuntshoek BMD, maar dan 'buitenom' gemeten, dus meer dan 180°.

e De twee middelpuntshoeken BMD zijn samen 360°.
$\angle A$ en $\angle C$ zijn elk de helft van één van de middelpuntshoeken dus samen de helft van 360°. Dus is $\angle A + \angle C = 180°$.

11B-6 Gemengde opdrachten

29a Er kunnen snijpunten samenvallen. Of er kunnen lijnen evenwijdig zijn. Het aantal wordt dan minder.

b De vijfde lijn kan elk van de vier andere lijnen een keer snijden, er komen dus maximaal vier snijpunten bij. In totaal maximaal tien snijpunten.

c Elk van de 25 lijnen kan maximaal 24 andere lijnen snijden, dat zou $25 \times 24 = 600$ snijpunten opleveren. Maar dan is elk snijpunt twee keer geteld, dus moet er nog gedeeld worden door 2.

d De formule is $aantal = n \times (n - 1) : 2$.

e Elk van de n lijnen kan maximaal $n - 1$ lijnen snijden. Omdat elk snijpunt dan twee keer geteld is, moet je nog delen door 2.

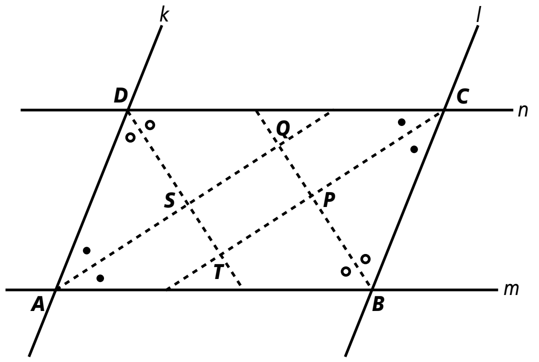
30 Vierhoek $PQRS$ verdeel je in de rechthoek $TURS$ en de driehoeken PTS en UQR.
Omdat de hoeken T en U beide recht zijn, vormen de twee driehoeken samen een driehoek met basis $PT + UQ$ en hoogte h.
De oppervlakte van deze twee driehoeken samen is $(PT + UQ) \times h : 2$ of
$0{,}5 \times h \times (PT + UQ)$.
De oppervlakte van rechthoek $TURS$ is $h \times SR$.
De totale oppervlakte is $0{,}5 \times h \times (PT + UQ) + h \times SR$ of
$0{,}5 \times h \times (PT + UQ) + 0{,}5 \times h \times SR + 0{,}5 \times h \times SR$ of
$0{,}5 \times h \times (PT + UQ + SR + SR)$ of
$0{,}5 \times h \times (PT + UQ + TU + SR)$ want $TU = SR$, of
$0{,}5 \times h \times (PQ + SR)$

31a De hoeken $\angle A_1$ en $\angle D_3$ vormen een Z-figuur, dus is $\angle A_1 = \angle D_3$. Verder geldt $\angle D_2 + \angle D_3 = 180°$ want ze zijn samen een gestrekte hoek. Dus $\angle A_1 + \angle D_2 = 180°$.

b De hoeken $\angle D_2$ en $\angle C_2$ vormen samen een F-figuur, dus is $\angle D_2 = \angle C_2$. Verder geldt $\angle C_2 + \angle C_3 = 180°$ want ze zijn samen een gestrekte hoek.
Dus geldt $\angle D_2 + \angle C_3 = 180°$.

32a De hoek met de stip is de helft van $\angle A$, de hoek met het open rondje de helft van $\angle D$. Omdat $\angle A + \angle D = 180°$, zijn $\angle SAD$ en $\angle SDA$ samen de helft van 180°, dus 90°. Dan blijft er in driehoek ASD voor $\angle S$ nog 90° over. Dus staan de deellijnen loodrecht op elkaar.

b



c Van vierhoek $PQST$ is $\angle S = 90°$, dat volgt uit opdracht a. Op dezelfde manier bewijs je dat $\angle P = 90°$. Omdat $\angle A + \angle B = 180°$, is $\angle QAB + \angle QBA = 180° : 2 = 90°$. Dus is $\angle Q = 180° - 90° = 90°$. Zo is ook $\angle T = 90°$. Dus is vierhoek $PQST$ een rechthoek.

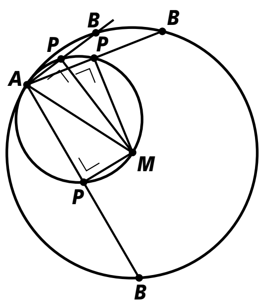
33a De hoek die de deellijn van hoek A met AS maakt is $\angle A_2 + \frac{1}{2}\angle BAC$.
Omdat de deellijn loodrecht staat op AS geldt: $\angle A_2 + \frac{1}{2}\angle BAC = 90°$.
Daaruit volgt $\angle A_2 = 90° - \frac{1}{2}\angle BAC$.

b $\angle SBA = 90° - \frac{1}{2}\angle ABC$

c In $\triangle ABS$ geldt: $\angle S = 180° - (\angle SAB + \angle SBA)$
$\angle S = 180° - (90° - \frac{1}{2}\angle BAC + 90° - \frac{1}{2}\angle ABC)$
$\angle S = 180° - 180° + \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ABC)$
$\angle S = \frac{1}{2}(\angle BAC + \angle ABC)$, dus is $\angle S$ het gemiddelde van $\angle A$ en $\angle B$ in $\triangle ABC$.

34 Noem $\angle AMC = \alpha$, dan is $\angle MAC = (180° - \alpha) : 2$
oftewel $\angle MAC = 90° - \frac{1}{2}\alpha$
Dan is $\angle BAC = 90° + \angle MAC = 90° + 90° - \frac{1}{2}\alpha$
dus $\angle BAC = 180° - \frac{1}{2} \times \angle AMC$.

35a/c



b De loodlijn snijdt de koorde in het midden van AB.

c Zie opdracht a.
De punten P liggen op de cirkel met middellijn AM.

d Volgens de stelling van Thales geldt:
Als $\angle APM = 90°$, dan ligt P op de cirkel met AM als middellijn.

Test jezelf

T-1a

b Het is de definitie van een parallellogram.

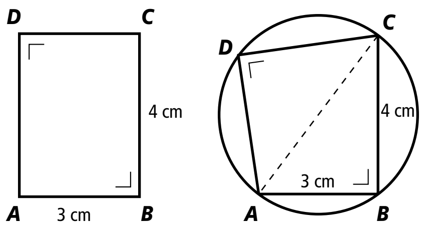
c Een ruit is een figuur met vier even lange zijden.
Een ruit is een figuur waarvan de diagonalen elkaar middendoor delen en loodrecht op elkaar staan.

T-2 Omdat de hoeken bij R en de hoeken bij S gelijk zijn, zijn de hoeken P en Q ook gelijk. Daarmee is $\triangle PSR$ gelijkvormig met $\triangle QSR$ met factor 1.
Hieruit volgt dat $PR = RQ$ en is dus $\triangle PQR$ gelijkbenig.

T-3a $FG = DG$ dus $\angle DFG = \angle GDF$
$FG = GE$ dus $\angle GFE = \angle GEF$
Omdat $\angle DFG = \angle GFE$ is dus $\angle GDF = \angle GEF$.
$DG = GE$ dus $\angle GDH = \angle GEH$.
Dan is ook $\angle FDH = \angle FEH$.

b $\triangle DHF$ is gelijkvormig met $\triangle EFH$ dus $\angle DHF = \angle EHF$
$\angle DHF + \angle EHF = 180°$, dus $\angle DHF = 180° : 2 = 90°$.

T-4a/b



c

zijde	*kwadraat*
$AB = 3$	9
$BC = 4$	16 +
$AC = \ldots$	25

$AC = \sqrt{25} = 5$ cm.
De straal is $5 : 2 = 2{,}5$ cm.

d $\angle B = 90°$, dus volgens de stelling van Thales ligt B op een cirkel met AC als middellijn.
$\angle D = 90°$, AC is middellijn dus punt D ligt op de cirkel.

T-5a $\angle HMF = 90°$

b $\angle HBF$ is de helft van $\angle HMF$
dus $0{,}5 \times 90° = 45°$

c $\angle HCF = 45°$ want $\angle HCF$ is de omtrekshoek die op dezelfde boog staat als de middelpuntshoek $\angle HMF$.

d $\angle BGE$ is de omtrekshoek die op dezelfde boog staat als $\angle BME$.
$\angle BME = 3 \times 45° = 135°$
$\angle BGE = 135° : 2 = 67{,}5°$

T-6a De hoeken zijn 90° dus de hoeken zijn gelijk. De zijden zijn even lang dus met eenzelfde factor vermenigvuldigd.

b Nee, de zijden hoeven niet met dezelfde factor vermenigvuldigd te zijn.

c $\triangle ABC$ is gelijkvormig met $\triangle PQR$ en $\triangle ACD$ is gelijkvormig met $\triangle PRS$. De vliegers zijn dus gelijkvormig.

T-7a $\angle KRL = 130°$ en $\angle KPL = 50°$

b Die hoeken zijn samen $130° + 50° = 180°$.

c Er geldt $\angle KRL + \angle KQL = 130° + 50° = 180°$.
Het vermoeden is dat in een vierhoek met hoekpunten op een cirkel de som van de overstaande hoeken 180° is.

d/e Ja, het vermoeden gaat nu ook op.
Er geldt $\angle KPL = \frac{1}{2} \times \angle M_1$ en $\angle KRL = \frac{1}{2} \times \angle M_2$,
dus $\angle KPL + \angle KRL = \frac{1}{2} \times \angle M_1 + \frac{1}{2} \times \angle M_2 =$
$\frac{1}{2} \times (\angle M_1 + \angle M_2) = \frac{1}{2} \times 360° = 180°$.