Hoofdstuk 5 - De *abc*-formule

Voorkennis

V-1a $f(2) = 2 \times 2^2 - 5 = 8 - 5 = 3$ en $f(-3) = 2 \times (-3)^2 - 5 = 18 - 5 = 13$

b $g(2) = \frac{-2+7}{6 \times 2} = \frac{5}{12} \approx 0,42$ en $g(-3) = \frac{--3+7}{6 \times -3} = \frac{10}{-18} = -\frac{5}{9} \approx -0,56$

c $h(2) = -2^2 + 2 \times (2-3) = -4 + 2 \times -1 = -4 - 2 = -6$ en

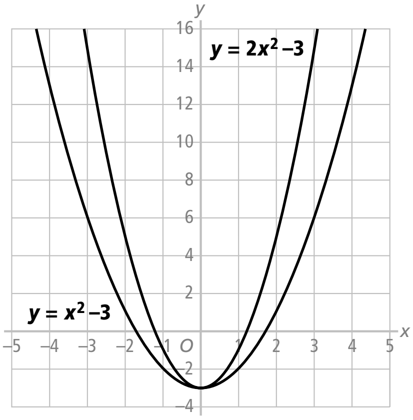
$h(-3) = -(-3)^2 + -3 \times (-3-3) = -9 - 3 \times -6 = -9 + 18 = 9$

d $k(2) = \frac{-2+\sqrt{5 \times 2}}{3 \times 2} = \frac{-2+\sqrt{10}}{6} \approx 0,19$ en $k(-3) = \frac{-2+\sqrt{5 \times -3}}{3 \times -3} = \frac{-2+\sqrt{-15}}{-9}$ kan niet

V-2a

x	–4	–3	–2	–1	0	1	2	3	4
y	13	6	1	–2	–3	–2	1	6	13

b



c De coördinaten van de top van de grafiek zijn $(0, -3)$.

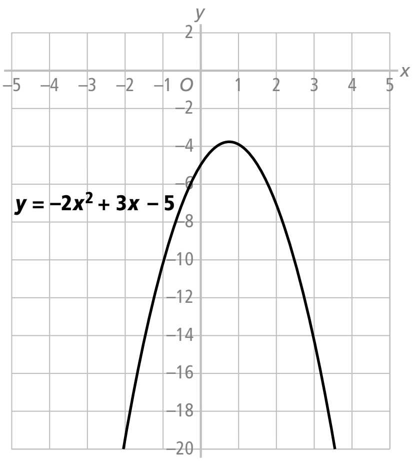
d De grafiek bij de formule is een dalparabool.

e Zie de tekening hierboven.

f De grafiek van opdracht b is breder dan de grafiek van opdracht e.

g De formule van de symmetrieas is voor beide grafieken $x = 0$.

V-3a



b De grafiek is een bergparabool omdat het getal voor de x^2 negatief is.

c $-2x^2+3x-5=-5$
$-2x^2+3x=0$
$x(-2x+3)=0$
$x=0$ of $-2x+3=0$
$x=0$ of $x=1,5$
De x-waarde van de symmetrieas is $x=0,75$. Invullen van $x=0,75$ geeft
$f(0,75)=-2\times0,75^2+3\times0,75-5=-1,125+2,25-5=-3,875$.
De coördinaten van de top van de grafiek zijn (0,75; –3,875).

d Een formule voor de symmetrieas is $x=0,75$.

e Een kwadratische functie waarbij het getal voor de x^2 tussen –2 en 0 of tussen 0 en 2 ligt.

V-4a $-3x^2+6x=0$
$-3x(x-2)=0$
$-3x=0$ of $x-2=0$
$x=0$ of $x=2$
De coördinaten van de snijpunten met de horizontale as zijn (0, 0) en (2, 0).

b De x-waarde van de symmetrieas is $x=1$.
Invullen van $x=1$ geeft $f(1)=-3\times1^2+6\times1=-3+6=3$.
De coördinaten van de top van de grafiek van Akke zijn (1, 3).

c De formule van de symmetrieas van de grafiek is $x=1$.

d $x^2-2x-8=0$
$(x-4)(x+2)=0$
$x-4=0$ of $x+2=0$
$x=4$ of $x=-2$
De coördinaten van de snijpunten met de horizontale as zijn (4, 0) en (–2, 0).
De x-waarde van de symmetrieas is $x=1$.
Invullen van $x=1$ geeft $g(1)=1^2-2\times1-8=1-2-8=-9$.
De coördinaten van de top van de grafiek zijn (1, –9).
De formule van de symmetrieas van de grafiek is $x=1$.

V-5a De grafiek bij de formule heeft twee snijpunten met de lijn $y=4$.

b Voor de coördinaten van de snijpunten moet $y=x^2-5$ gelijk zijn aan $y=4$.

c $x^2-5=1$

d $x^2=6$
$x=\sqrt{6}$ of $x=-\sqrt{6}$

e De vergelijking $x^2-5=-5$ heeft één oplossing.

f Het laagste punt van de grafiek van $y=x^2-5$ ligt bij –5.

V-6a $x^2+1=-3$
$x^2=-4$
kan niet

b $c^2-7=8$
$c^2=15$
$c=\sqrt{15}$ of $c=-\sqrt{15}$
Invullen geeft $\sqrt{15}^2-7=15-7=8$ en $(-\sqrt{15})^2-7=15-7=8$, klopt.

c $(m-2)^2=7$
$m-2=\sqrt{7}$ of $m-2=-\sqrt{7}$
$m=2+\sqrt{7}$ of $m=2-\sqrt{7}$
Invullen geeft $(2+\sqrt{7}-2)^2=\sqrt{7}^2=7$ en $(2-\sqrt{7}-2)^2=(-\sqrt{7})^2=7$, klopt.

d $3r^2-6=6$
$3r^2=12$
$r^2=4$
$r=2$ of $r=-2$
Invullen geeft $3\times 2^2-6=12-6=6$ en $3\times(-2)^2-6=12-6=6$, klopt.

e $15-3a^2=-3$
$3a^2=18$
$a^2=6$
$a=\sqrt{6}$ of $a=-\sqrt{6}$
Invullen geeft $15-3\times\sqrt{6}^2=15-18=-3$ en $15-3\times(-\sqrt{6})^2=15-18=-3$, klopt.

f $(2u+4)^2=9$
$2u+4=3$ of $2u+4=-3$
$2u=-1$ of $2u=-7$
$u=-0{,}5$ of $u=-3{,}5$
Invullen geeft $(2\times -0{,}5+4)^2=(-1+4)^2=3^2=9$ en $(2\times -3{,}5+4)^2=(-7+4)^2=(-3)^2=9$, klopt.

g $10-z^2=9$
$z^2=1$
$z=1$ of $z=-1$
Invullen geeft $10-1^2=10-1=9$ en $10-(-1)^2=10-1=9$, klopt.

h $-2v^2+9=-5$
$-2v^2=-14$
$v^2=7$
$v=\sqrt{7}$ of $v=-\sqrt{7}$
Invullen geeft $-2\times\sqrt{7}^2+9=-14+9=-5$ en $-2\times(-\sqrt{7})^2+9=-14+9=-5$, klopt.

i $(9-4s)^2=49$
$9-4s=7$ of $9-4s=-7$
$4s=2$ of $4s=16$
$s=0{,}5$ of $s=4$
Invullen geeft $(9-4\times 0{,}5)^2=(9-2)^2=7^2=49$ en $(9-4\times 4)^2=(9-16)^2=(-7)^2=49$, klopt.

5-1 Oplossen met ontbinden in factoren

1a De formule $y=6x^2-18x$ is hetzelfde als de formule $y=6x(x-3)$.

b

product	*getallen*	*som*
–24	1 en –24	–23
–24	2 en –12	–10
–24	3 en –8	–5
–24	4 en –6	–2
–24	6 en –4	2
–24	8 en –3	5
–24	12 en –2	10
–24	24 en –1	23

c Van de getallen 8 en –3 is de som +5.

d $y=(x+8)(x-3)$

2a Iedere term aan de linkerkant van de vergelijking $5x^2-10x=0$ kun je door $5x$ delen.

b $5x^2-10x=0$
$5x(x-2)=0$
$5x=0$ of $x-2=0$
$x=0$ of $x=2$

c $x(5x-10)=0$
$x=0$ of $5x-10=0$
$x=0$ of $5x=10$
$x=0$ of $x=2$

d $x^2+9x+18=0$
$(x+6)(x+3)=0$
$x+6=0$ of $x+3=0$
$x=-6$ of $x=-3$

e Als je alle termen in de vergelijking $2x^2+18x+36=0$ door twee deelt, dan krijg je de vergelijking $x^2+9x+18=0$.

f $3x^2-6x-9=0$
$x^2-2x-3=0$
$(x-3)(x+1)=0$
$x-3=0$ of $x+1=0$
$x=3$ of $x=-1$

3a $x^2-4x=0$
$x(x-4)=0$
$x=0$ of $x-4=0$
$x=0$ of $x=4$

b $5x-15x^2=0$
$5x(1-3x)=0$
$5x=0$ of $1-3x=0$
$x=0$ of $x=\frac{1}{3}$

d $2x^2+10x-28=0$
$x^2+5x-14=0$
$(x+7)(x-2)=0$
$x+7=0$ of $x-2=0$
$x=-7$ of $x=2$

e $-8x^2+32x=0$
$-8x(x-4)=0$
$-8x=0$ of $x-4=0$
$x=0$ of $x=4$

c $x^2 - 3x - 18 = 0$
$(x+3)(x-6) = 0$
$x+3=0$ of $x-6=0$
$x=-3$ of $x=6$

f $-3x^2 + 36x - 96 = 0$
$x^2 - 12x + 32 = 0$
$(x-4)(x-8) = 0$
$x-4=0$ of $x-8=0$
$x=4$ of $x=8$

4a $(x+3)(x-4) = 0$
$x+3=0$ of $x-4=0$
$x=-3$ of $x=4$

b De grafiek snijdt de horizontale as bij $x=-3$ en bij $x=4$.

c Voor de coördinaten van de snijpunten moet $y = x^2 - x - 12$ gelijk zijn aan $y = 8$.

d $x^2 - x - 20 = 0$
$(x+4)(x-5) = 0$
$x+4=0$ of $x-5=0$
$x=-4$ of $x=5$

5a Alleen als een product van twee factoren gelijk is aan 0 geldt dat de eerste factor gelijk is aan 0 of de tweede factor gelijk is aan 0. Als een product gelijk is aan 6, dan kan de eerste factor gelijk zijn aan 6 als de tweede factor tegelijkertijd gelijk aan 1 is. Maar er zijn ook andere mogelijkheden, bijvoorbeeld de eerste factor is gelijk aan 3 als tegelijkertijd de tweede factor gelijk aan 2 is.

b $(x-3)(x-4) = 6$

×	x	–4
x	x^2	$-4x$
–3	$-3x$	+12

$x^2 - 7x + 12 = 6$

c $x^2 - 7x + 6 = 0$
$(x-1)(x-6) = 0$
$x-1=0$ of $x-6=0$
$x=1$ of $x=6$

6a $-\frac{1}{2}(a-4)(a+2) = 0$
$a-4=0$ of $a+2=0$
$a=4$ of $a=-2$
De coördinaten van de snijpunten van de grafiek van h met de horizontale as zijn (4, 0) en (–2, 0).

b Als ze eerst beide kanten met –2 vermenigvuldigt, dan is aan de linkerkant de $-\frac{1}{2}$ verdwenen en kan ze de haakjes wegwerken.
Aan de linkerkant is $-2 \times -\frac{1}{2} = 1$ en aan de rechterkant is $-2 \times 2{,}5 = -5$.

c $(a-4)(a+2) = -5$

×	a	+2
a	a^2	$+2a$
–4	$-4a$	–8

$a^2 - 2a - 8 = -5$
$a^2 - 2a - 3 = 0$
$(a-3)(a+1) = 0$
$a-3=0$ of $a+1=0$
$a=3$ of $a=-1$

7a $3x^2-21=0$
$x^2-7=0$
$x^2=7$
$x=\sqrt{7}$ of $x=-\sqrt{7}$

b $2x^2-3x-4=x^2$
$x^2-3x-4=0$
$(x-4)(x+1)=0$
$x-4=0$ of $x+1=0$
$x=4$ of $x=-1$

c $(x-3)(x+5)=9$
$x^2+2x-15=9$
$x^2+2x-24=0$
$(x-4)(x+6)=0$
$x-4=0$ of $x+6=0$
$x=4$ of $x=-6$

d $-4(x-2)(x+2)=12$
$(x-2)(x+2)=-3$
$x^2-4=-3$
$x^2=1$
$x=1$ of $x=-1$

e $11-(x-3)(5-x)=26$
$11-(-x^2+8x-15)=26$
$11+x^2-8x+15=26$
$x^2-8x=0$
$x(x-8)=0$
$x=0$ of $x-8=0$
$x=0$ of $x=8$

f $3x(x-4)=2x(x-9)$
$3x^2-12x=2x^2-18x$
$x^2+6x=0$
$x(x+6)=0$
$x=0$ of $x+6=0$
$x=0$ of $x=-6$

g $2x(3-x)+9=-3x^2$
$6x-2x^2+9=-3x^2$
$x^2+6x+9=0$
$(x+3)(x+3)=0$
$x+3=0$ of $x+3=0$
$x=-3$

h $(x-1)(x+1)=-x^2+1$
$x^2-1=-x^2+1$
$2x^2=2$
$x^2=1$
$x=1$ of $x=-1$

5-2 De *abc*-formule

8a $x^2-6x+8=0$
$(x-2)(x-4)=0$
$x-2=0$ of $x-4=0$
$x=2$ of $x=4$
De coördinaten van de snijpunten van de grafiek van f met de x-as zijn $(2,0)$ en $(4,0)$.

b De grafiek van h heeft geen snijpunten met de x-as, dus de vergelijking $x^2-6x+10=0$ heeft geen oplossingen.

c Er zijn geen twee gehele getallen te vinden waarvan het product +2,75 en de som –6 is.

d $0,5^2-6\times0,5+2,75=0,25-3+2,75=0$ en
$5,5^2-6\times5,5+2,75=30,25-33+2,75=0$, dus het klopt.

9a Het getal a heeft hier de waarde 1.

b $D=(6\tfrac{1}{2})^2-4\times1\times3=42\tfrac{1}{4}-12=30\tfrac{1}{4}$

c $x=\dfrac{-6\frac{1}{2}+\sqrt{30\frac{1}{4}}}{2\times1}$ of $x=\dfrac{-6\frac{1}{2}-\sqrt{30\frac{1}{4}}}{2\times1}$

$x=\dfrac{-6\frac{1}{2}+5\frac{1}{2}}{2}=-\tfrac{1}{2}$ of $x=\dfrac{-6\frac{1}{2}-5\frac{1}{2}}{2}=\tfrac{-12}{2}=-6$

d $D = (-6)^2 - 4 \times 1 \times 2,75 = 36 - 11 = 25$

$x = \dfrac{6+\sqrt{25}}{2 \cdot 1}$ of $x = \dfrac{6-\sqrt{25}}{2 \times 1}$

$x = \frac{6+5}{2} = \frac{11}{2} = 5\frac{1}{2}$ of $x = \frac{6-5}{2} = \frac{1}{2}$

Ja, je vindt de afgelezen oplossingen uit opdracht 8d.

10a $a = 2$, $b = 5$ en $c = 2$

b $D = 5^2 - 4 \times 2 \times 2 = 25 - 16 = 9$

c $x = \dfrac{-5+\sqrt{9}}{2 \times 2}$ of $x = \dfrac{-5-\sqrt{9}}{2 \times 2}$

$x = \frac{-5+3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$ of $x = \frac{-5-3}{4} = \frac{-8}{4} = -2$

d De waarde van *a* is –1.

e $D = (-4)^2 - 4 \times -1 \times 12 = 16 + 48 = 64$

$x = \dfrac{4+\sqrt{64}}{2 \times -1}$ of $x = \dfrac{4-\sqrt{64}}{2 \times -1}$

$x = \frac{4+8}{-2} = \frac{12}{-2} = -6$ of $x = \frac{4-8}{-2} = \frac{-4}{-2} = 2$

11a $D = (-12)^2 - 4 \times -3 \times 36 = 144 + 432 = 576$

$x = \dfrac{12+\sqrt{576}}{2 \times -3}$ of $x = \dfrac{12-\sqrt{576}}{2 \times -3}$

$x = \frac{12+24}{-6} = \frac{36}{-6} = -6$ of $x = \frac{12-24}{-6} = \frac{-12}{-6} = 2$

b $D = (-6)^2 - 4 \times 5 \times 1 = 36 - 20 = 16$

$x = \dfrac{6+\sqrt{16}}{2 \cdot 5}$ of $x = \dfrac{6-\sqrt{16}}{2 \times 5}$

$x = \frac{6+4}{10} = \frac{10}{10} = 1$ of $x = \frac{6-4}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

c $D = (-6)^2 - 4 \times 9 \times -1 = 36 + 36 = 72$

$x = \dfrac{6+\sqrt{72}}{2 \cdot 9}$ of $x = \dfrac{6-\sqrt{72}}{2 \times 9}$

$x = \dfrac{6+\sqrt{72}}{18} \approx 0,80$ of $x = \dfrac{6-\sqrt{72}}{18} \approx -0,14$

d $D = 6^2 - 4 \times -1 \times -\frac{1}{2} = 36 - 2 = 34$

$x = \dfrac{-6+\sqrt{34}}{2 \times -1}$ of $x = \dfrac{-6-\sqrt{34}}{2 \times -1}$

$x = \dfrac{-6+\sqrt{34}}{-2} \approx -0,08$ of $x = \dfrac{-6-\sqrt{34}}{-2} \approx 5,92$

e $D = 5^2 - 4 \times -1 \times 15 = 25 + 60 = 85$

$x = \dfrac{-5+\sqrt{85}}{2 \times -1}$ of $x = \dfrac{-5-\sqrt{85}}{2 \times -1}$

$x = \dfrac{-5+\sqrt{85}}{-2} \approx -2,11$ of $x = \dfrac{-5-\sqrt{85}}{-2} \approx 7,11$

f $D = (-6\frac{1}{2})^2 - 4 \times 1 \times 3 = 42\frac{1}{4} - 12 = 30\frac{1}{4}$

$x = \dfrac{6\frac{1}{2} + \sqrt{30\frac{1}{4}}}{2 \cdot 1}$ of $x = \dfrac{6\frac{1}{2} - \sqrt{30\frac{1}{4}}}{2 \times 1}$

$x = \dfrac{6\frac{1}{2} + 5\frac{1}{2}}{2} = \frac{12}{2} = 6$ of $x = \dfrac{6\frac{1}{2} - 5\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{2}$

12a De parabool bij de functie f snijdt de x-as niet, dus de vergelijking $f(x)=0$ heeft geen oplossing.

b $D=2^2-4\times\frac{1}{2}\times3=4-6=-2$

$x=\dfrac{-2+\sqrt{-2}}{2\times\frac{1}{2}}$ of $x=\dfrac{-2-\sqrt{-2}}{2\times\frac{1}{2}}$

Dit kan niet, want de wortel uit een negatief getal bestaat niet.

c $D=2^2-4\times\frac{1}{2}\times2=4-4=0$

$x=\dfrac{-2+\sqrt{0}}{2\times\frac{1}{2}}$ of $x=\dfrac{-2-\sqrt{0}}{2\times\frac{1}{2}}$

$x=\frac{-2+0}{1}=\frac{-2}{1}=-2$ of $x=\frac{-2-0}{1}=\frac{-2}{1}=-2$

d $D=2^2-4\times\frac{1}{2}\times0=4$

$x=\dfrac{-2+\sqrt{4}}{2\times\frac{1}{2}}$ of $x=\dfrac{-2-\sqrt{4}}{2\times\frac{1}{2}}$

$x=\frac{-2+2}{1}=\frac{0}{1}=0$ of $x=\frac{-2-2}{1}=\frac{-4}{1}=-4$

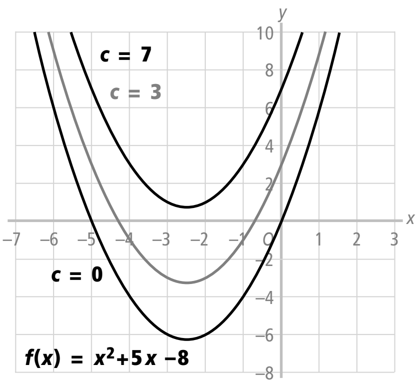
13a $D=2^2-4\times1\times-10=4+40=44$, dus $D>0$ en er zijn twee oplossingen.

b $D=(-9)^2-4\times2\times11=81-88=-7$, dus $D<0$ en er zijn geen oplossingen.

c $D=(-16)^2-4\times8\times8=256-256=0$, dus $D=0$ en er is één oplossing.

d $D=(-7)^2-4\times3\times4=49-48=1$, dus $D>0$ en er zijn twee oplossingen.

14a



b De parabool die bij $c=3$ hoort heeft twee snijpunten met de x-as.

$D=5^2-4\times1\times3=25-12=13$ en $D>0$, dus dat klopt

c Zie de tekening hierboven.

De parabool die bij $c=7$ hoort heeft geen snijpunten met de x-as.

$D=5^2-4\times1\times7=25-28=-3$ en $D<0$, dus dat klopt.

d $D=5^2-4\times1\times6{,}25=25-25=0$, dus er is één gemeenschappelijk punt met de x-as.

e De bijbehorende parabool heeft twee snijpunten met de x-as voor $c<6{,}25$.

5-3 Kwadratische vergelijkingen

15a De oplossingen zijn $x = -6$ of $x = 2$.

b Abe denkt dat het product van twee factoren 12 is als één van de factoren 12 is.
Dat geldt echter alleen als het product 0 is.

c Klaartje denkt dat $c = 12$, maar $c = -12$. Ze is vergeten eerst op nul te herleiden.

d Foppe
$x + 6 = 0$ of $x - 2 = 0$
$x = -6$ of $x = 2$
Geke
$x = \dfrac{-4 + \sqrt{64}}{2 \times 1}$ of $x = \dfrac{-4 - \sqrt{64}}{2 \times 1}$
$x = \frac{-4+8}{2} = \frac{4}{2} = 2$ of $x = \frac{-4-8}{2} = \frac{-12}{2} = -6$

16a $3x^2 + 6x = 21$
$3x^2 + 6x - 21 = 0$
$x^2 + 2x - 7 = 0$
$D = 2^2 - 4 \times 1 \times -7 = 4 + 28 = 32$
$x = \dfrac{-2 + \sqrt{32}}{2 \times 1}$ of $x = \dfrac{-2 - \sqrt{32}}{2 \times 1}$
$x = \dfrac{-2 + \sqrt{32}}{2} \approx 1{,}83$ of $x = \dfrac{-2 - \sqrt{32}}{2} \approx -3{,}83$

b $t^2 - 8t + 6 = -1$
$t^2 - 8t + 7 = 0$
$(t - 7)(t - 1) = 0$
$t - 7 = 0$ of $t - 1 = 0$
$t = 7$ of $t = 1$

c $2w^2 + 5w = -6$
$2w^2 + 5w + 6 = 0$
$D = 5^2 - 4 \times 2 \times 6 = 25 - 48 = -23$
Er zijn geen oplossingen.

d $15r(r - 1) = 30$
$15r^2 - 15r = 30$
$15r^2 - 15r - 30 = 0$
$r^2 - r - 2 = 0$
$(r - 2)(r + 1) = 0$
$r - 2 = 0$ of $r + 1 = 0$
$r = 2$ of $r = -1$

e $(p + 2)(p - 1) = 6$
$p^2 + p - 2 = 6$
$p^2 + p - 8 = 0$
$D = 1^2 - 4 \times 1 \times -8 = 1 + 32 = 33$
$p = \dfrac{-1 + \sqrt{33}}{2 \times 1}$ of $p = \dfrac{-1 - \sqrt{33}}{2 \times 1}$
$p = \dfrac{-1 + \sqrt{33}}{2} \approx 2{,}37$ of $p = \dfrac{-1 - \sqrt{33}}{2} \approx -3{,}37$

17a $(x+2)^2-3=6$
$x^2+4x+4-3=6$
$x^2+4x-5=0$
$(x+5)(x-1)=0$
$x+5=0$ of $x-1=0$
$x=-5$ of $x=1$

b $(x+2)^2-3=6$
$x+2=3$ of $x+2=-3$
$x=1$ of $x=-5$

c A $x-3=4$ of $x-3=-4$
$x=7$ of $x=-1$
B $2x-3=7$ of $2x-3=-7$
$2x=10$ of $2x=-4$
$x=5$ of $x=-2$
C $(x+1\frac{1}{4})^2=144$
$x+1\frac{1}{4}=12$ of $x+1\frac{1}{4}=-12$
$x=10\frac{3}{4}$ of $x=-13\frac{1}{4}$
D $(10-4x)^2=4$
$10-4x=2$ of $10-4x=-2$
$4x=8$ of $4x=12$
$x=2$ of $x=3$

18a Vergelijking D $(3p-7)(p+2)=0$ is al geschreven als een product van factoren.
$3p-7=0$ of $p+2=0$
$p=2\frac{1}{3}$ of $p=-2$

b Bij vergelijking C $3x^2-5x=0$ kun je makkelijk ontbinden in factoren.
$x(3x-5)=0$
$x=0$ of $3x-5=0$
$x=0$ of $x=1\frac{2}{3}$

c $\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}y=6$
$\frac{1}{2}y^2-\frac{1}{2}y-6=0$
$y^2-y-12=0$
$(y+3)(y-4)=0$
$y+3=0$ of $y-4=0$
$y=-3$ of $y=4$

d $0{,}1x^2-0{,}2x-0{,}3=0$
$x^2-2x-3=0$
$(x+1)(x-3)=0$
$x+1=0$ of $x-3=0$
$x=-1$ of $x=3$

e $D=(-1)^2-4\times2\times-28=1+224=225$
$h=\dfrac{1+\sqrt{225}}{2\cdot 2}$ of $h=\dfrac{1-\sqrt{225}}{2\times 2}$
$h=\frac{1+15}{4}=\frac{16}{4}=4$ of $h=\frac{1-15}{4}=\frac{-14}{4}=-3\frac{1}{2}$

19a $\frac{1}{4}p^2+2p=-3$
$\frac{1}{4}p^2+2p+3=0$
$p^2+8p+12=0$
$(p+2)(p+6)=0$
$p+2=0$ of $p+6=0$
$p=-2$ of $p=-6$

b $(3-6x)(2x-5)=0$
$3-6x=0$ of $2x-5=0$
$6x=3$ of $2x=5$
$x=\frac{1}{2}$ of $x=2\frac{1}{2}$

c $m^2+6m-5=0$
$D=6^2-4\times1\times-5=36+20=56$
$m=\frac{-6+\sqrt{56}}{2\times1}$ of $m=\frac{-6-\sqrt{56}}{2\times1}$
$m=\frac{-6+\sqrt{56}}{2}\approx0{,}74$ of $m=\frac{-6-\sqrt{56}}{2}\approx-6{,}74$

d $8a-3a^2=0$
$a(8-3a)=0$
$a=0$ of $8-3a=0$
$a=0$ of $a=2\frac{2}{3}$

e $s^2+10=4s+6$
$s^2-4s+4=0$
$(s-2)(s-2)=0$
$s-2=0$ of $s-2=0$
$s=2$

f $(x-4)^2=1$
$x-4=1$ of $x-4=-1$
$x=5$ of $x=3$

g $(k-5)^2+12=17$
$(k-5)^2=5$
$k-5=\sqrt{5}$ of $k-5=-\sqrt{5}$
$k=5+\sqrt{5}\approx7{,}24$ of $k=5-\sqrt{5}\approx2{,}76$

h $x(x-2)=-3$
$x^2-2x=-3$
$x^2-2x+3=0$
$D=(-2)^2-4\times1\times3=4-12=-8$
Er zijn geen oplossingen.

i $2y^2+6y+4=0$
$y^2+3y+2=0$
$(y+1)(y+2)=0$
$y+1=0$ of $y+2=0$
$y=-1$ of $y=-2$

20a $(x-4)^2-9=-7$
$(x-4)^2=2$
$x-4=\sqrt{2}$ of $x-4=-\sqrt{2}$
$x=4+\sqrt{2}$ of $x=4-\sqrt{2}$

b $(x+\sqrt{2})(\sqrt{5}-x)=0$
$x+\sqrt{2}=0$ of $\sqrt{5}-x=0$
$x=-\sqrt{2}$ of $x=\sqrt{5}$

c $4x-x(5-2x)=0$
$4x-5x+2x^2=0$
$2x^2-x=0$
$x(2x-1)=0$
$x=0$ of $2x-1=0$
$x=0$ of $x=\frac{1}{2}$

d $3(x+1)(x-4)=6$
$(x+1)(x-4)=2$
$x^2-3x-4=2$
$x^2-3x-6=0$
$D=(-3)^2-4\times1\times-6=9+24=33$
$x=\dfrac{3+\sqrt{33}}{2\cdot 1}$ of $x=\dfrac{3-\sqrt{33}}{2\times1}$
$x=\dfrac{3+\sqrt{33}}{2}=1\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{33}$ of $x=\dfrac{3-\sqrt{33}}{2}=1\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{33}$

e $2x^2-(x+1)(x-1)=7$
$2x^2-(x^2-1)=7$
$2x^2-x^2+1=7$
$x^2=6$
$x=\sqrt{6}$ of $x=-\sqrt{6}$

f $(2x-4)^2=12$
$2x-4=\sqrt{12}$ of $2x-4=-\sqrt{12}$
$2x=4+\sqrt{12}$ of $2x=4-\sqrt{12}$
$x=2+\frac{1}{2}\sqrt{12}$ of $x=2-\frac{1}{2}\sqrt{12}$

5-4 Redeneren met parabolen

21a De uitkomst van x^2 is positief of nul. De kleinste uitkomst van x^2+1 is dus 1.
Die uitkomst krijg je door voor x het getal 0 in te vullen.

b De uitkomst van x^2 is positief of nul, dus $-x^2$ is negatief of nul. De grootste uitkomst van $-x^2-3$ is dus –3. Die uitkomst krijg je door voor x het getal 0 in te vullen.

22a $(x+2)^2-9=0$
$x^2+4x+4-9=0$
$x^2+4x-5=0$
$(x-1)(x+5)=0$
$x-1=0$ of $x+5=0$
$x=1$ of $x=-5$

b De symmetrieas van de grafiek van *f* ligt midden tussen de snijpunten van de grafiek van *f* met de horizontale as in. De vergelijking van de symmetrieas is $x = -2$.

c Invullen van $x = -2$ geeft $f(-2) = (-2+2)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$.
De coördinaten van de top zijn (–2, –9).

d De kleinste uitkomst krijg ik als $x + 2 = 0$, dus als $x = -2$. Als ik dit invul, dan komt er $f(-2) = (-2+2)^2 - 9 = 0 - 9 = -9$ uit.
De coördinaten van de top zijn (–2, –9).

e Ja, Henk en Kasper krijgen dezelfde antwoorden.

23a De uitkomst van $(x-3)^2$ is positief of nul, dus de grafiek is een dalparabool.
De kleinste uitkomst krijg je als $x - 3 = 0$, dus als $x = 3$. Invullen van $x = 3$ geeft $g(3) = (3-3)^2 + 6 = 0 + 6 = 6$.
De coördinaten van de top zijn (3, 6).

b De uitkomst van $-(4x+8)^2$ is negatief of nul, dus de grafiek is een bergparabool.
De grootste uitkomst krijg je als $4x + 8 = 0$, dus als $x = -2$. Invullen van $x = -2$ geeft $h(-2) = -(4 \times -2 + 8)^2 + 5 = -(-8+8)^2 + 5 = 0 + 5 = 5$.
De coördinaten van de top zijn (–2, 5).

24a De coördinaten van de top van de grafiek van *f* zijn (0, –1).

b De coördinaten van de top van de grafiek van *k* zijn $(0, 3\frac{1}{2})$.

c De coördinaten van de top van de grafiek van *h* zijn $(-2\frac{1}{2}, 3)$.

d De coördinaten van de top van de grafiek van *m* zijn (–1, –8).

e De coördinaten van de top van de grafiek van *n* zijn $(-1\frac{3}{4}, 0)$.

f De coördinaten van de top van de grafiek van *g* zijn $(\sqrt{3}, 4)$.

25a De coördinaten van de top van de grafiek zijn (2, –3).

b Voor elke grafiek die bij de familie van functies hoort ligt de top bij $x = 2$ en $y = p$.

c De top van de grafiek ligt op de horizontale as als $p = 0$.
Voor $p > 0$ heeft de bijbehorende grafiek geen snijpunten met de horizontale as.

d De top van de grafiek moet dan het punt (2, 7) zijn.
Voor $p = 7$ raakt de bijbehorende grafiek de lijn $y = 7$.

26a Bij een prijs van 90 cent verkoopt Ilona $900 - 6 \times 90 = 360$ chocoladerepen.
De opbrengst is dan $90 \cdot 360 = 32\,400$ centen oftewel € 324,-.

b De totale opbrengst *TO* is de prijs *p* per reep keer het aantal verkochte repen *r*. Er moet dus gelden $TO = p \cdot r$.
Invullen van $r = 900 - 6p$ geeft $TO = p \times (900 - 6p)$ oftewel $TO = 900p - 6p^2$.

c $-6p^2 + 900p = 0$
$6p(-p + 150) = 0$
$6p = 0$ of $-p + 150 = 0$
$p = 0$ of $p = 150$
De coördinaten van de snijpunten van de grafiek van *TO* met de horizontale as zijn (0, 0) en (150, 0). Bij deze waarden van *p* is de totale opbrengst voor Ilona 0 cent.

d Een totale opbrengst van € 216,- is een totale opbrengst van 21 600 centen.
Met de vergelijking $-6p^2 + 900p = 21\,600$ kun je berekenen welke prijs ze koos.

e $-6p^2 + 900p - 21\,600 = 0$
$p^2 - 150p + 3600 = 0$
$(p-30)(p-120) = 0$
$p - 30 = 0$ of $p - 120 = 0$
$p = 30$ of $p = 120$

f De symmetrieas ligt bij $p = 75$.
Invullen van $p = 75$ geeft $TO = -6 \times 75^2 + 900 \times 75 = -33\,750 + 67\,500 = 33\,750$.
De coördinaten van de top van de grafiek zijn $(75, 33\,750)$.

g Ilona moet 75 cent per reep vragen om een zo groot mogelijke totale opbrengst te halen. De totale opbrengst is dan 33 750 centen oftewel € 337,50 .

27a $-5t^2 + 20t + 60 = 0$
$t^2 - 4t - 12 = 0$
$(t-6)(t+2) = 0$
$t - 6 = 0$ of $t + 2 = 0$
$t = 6$ of $t = -2$
Na 6 seconden komt de kogel op de grond. De waarde $t = -2$ voldoet hier niet.

b Na 2 seconden bereikt de kogel zijn maximale hoogte.

c De kogel komt maximaal $-5 \times 2^2 + 20 \times 2 + 60 = -20 + 40 + 60 = 80$ meter hoog.

d $-5t^2 + 5t + 60 = 0$
$t^2 - t - 12 = 0$
$(t-4)(t+3) = 0$
$t - 4 = 0$ of $t + 3 = 0$
$t = 4$ of $t = -3$
De symmetrieas ligt bij $t = 0,5$.
Invullen van $t = 0,5$ geeft $h = -5 \times 0,5^2 + 5 \times 0,5 + 60 = -1,25 + 2,5 + 60 = 61,25$.
Deze kogel komt maximaal 61,25 meter boven de grond.

5-5 Gemengde opdrachten

28 Het is voor je school, voor jou en voor de parabool te hopen dat dit klopt.

29a Als $p = 900$, dan is $a = 4500 - 5 \times 900 = 0$ en worden er geen seizoenskaarten verkocht. Als p met 20 toeneemt, dan krijg je $a = 4500 - 5 \times (p + 20)$ oftewel $a = 4500 - 5p - 100$ en worden er inderdaad 100 seizoenskaarten minder verkocht.

b $4500 - 5p = 3000$
$5p = 1500$
$p = 300$
De seizoenskaart moet dan € 300,- kosten.

c Bij een prijs van € 300,- worden er 3000 seizoenskaarten verkocht.
De totale opbrengst voor de club is dan $300 \cdot 3000 = 900\,000$ euro.

d De totale opbrengst is gelijk aan het aantal seizoenskaarten vermenigvuldigt met de prijs per seizoenskaart, dus $TO = p(4500 - 5p)$.

e $p(4500-5p)=0$
$p=0$ of $4500-5p=0$
$p=0$ of $p=900$
Bij een prijs van € 450,- is de totale opbrengst maximaal.
Invullen van $p=450$ geeft $TO=450\times(4500-5\times450)=450\times2250=1\,012\,500$.
De maximale totale opbrengst is € 1.012.500,-.

f Invullen van $p=450$ geeft $a=4500-5\times450=2250$.
Als de totale opbrengst maximaal is worden er 2250 seizoenskaarten verkocht.

30a De formule hoort bij een dalparabool, dus blijven de viaducten 2 en 3 over. Als je $a=0$ invult, dan is $h=\frac{1}{40}\times0^2-0+7\frac{1}{2}=7\frac{1}{2}$, dus blijven de viaducten 2 en 3 over.
De discriminant bij de vergelijking $\frac{1}{40}a^2-a+7\frac{1}{2}=0$ is
$D=(-1)^2-4\times\frac{1}{40}\times7\frac{1}{2}=1-\frac{3}{4}=\frac{1}{4}$, dus er zijn twee nulpunten.
Viaduct 2 hoort bij deze formule.

b De formule hoort bij een bergparabool, dus blijven de viaducten 1, 4 en 5 over. Als je $a=0$ invult, dan is $h=-\frac{1}{50}\times0^2+0-25=-25$, dus blijven de viaducten 1 en 5 over.
De discriminant bij de vergelijking $-\frac{1}{50}a^2+a-25=0$ is
$D=1^2-4\times-\frac{1}{50}\times-25=1-2=-1$, dus er zijn geen nulpunten.
Viaduct 5 hoort bij deze formule.

31a $x^2-8x=0$
$x(x-8)=0$
$x=0$ of $x-8=0$
$x=0$ of $x=8$
De coördinaten van de snijpunten van de grafiek van de functie g met de x-as zijn $(0,0)$ en $(8,0)$ en dat klopt.

b $2x^2-8x=0$
$2x(x-4)=0$
$2x=0$ of $x-4=0$
$x=0$ of $x=4$
De x-coördinaat van de top van de grafiek van h is 2.

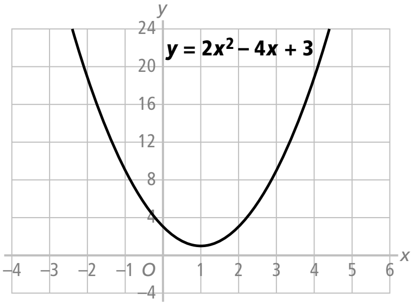
c Oplossen van $2x^2-8x-10=-10$ geeft $2x^2-8x=0$. Dat is de vergelijking die bij opdracht b is opgelost en die vergelijking heeft als oplossing $x=0$ of $x=4$.
De x-coördinaat van de top van de grafiek van i is dus ook 2.

d De parameter c heeft niets te maken met de x-coördinaat van de top van de grafiek.

32a $2x^2-4x-2,5=0$
$D=(-4)^2-4\times2\times-2,5=16+20=36$
$x=\dfrac{4+\sqrt{36}}{2\cdot2}$ of $x=\dfrac{4-\sqrt{36}}{2\times2}$
$x=\frac{4+6}{4}=\frac{10}{4}=2,5$ of $x=\frac{4-6}{4}=\frac{-2}{4}=-0,5$
De coördinaten van de snijpunten van de bijbehorende parabool met de x-as zijn $(2{,}5; 0)$ en $(-0{,}5; 0)$.

b De symmetrieas ligt bij $x=1$.
Invullen van $x=1$ geeft $f(1)=2\times1^2-4\times1-2,5=2-4-2,5=-4,5$.
De coördinaten van de top van de parabool zijn $(1, -4{,}5)$.

c



d De parabool uit opdracht c heeft geen snijpunten met de horizontale as.

e Van de functie $f(x) = 2x^2 - 4x + c$ moet de discriminant dan gelijk aan 0 zijn.
De discriminant is $D = (-4)^2 - 4 \times 2 \times c$ oftewel $D = 16 - 8c$. De discriminant gelijkstellen aan 0 geeft $16 - 8c = 0$, oftewel $8c = 16$, dus $c = 2$.

f Oplossen van $2x^2 - 4x + c = c$ geeft $2x^2 - 4x = 0$ en deze vergelijking heeft voor iedere waarde van *c* dezelfde oplossingen.
De *x*-coördinaat van de top van de bijbehorende parabool ligt daar midden tussen.
De waarde van *c* heeft daar geen invloed op.

g $2x^2 - 4x + c = c$
$2x^2 - 4x = 0$
$2x(x - 2) = 0$
$2x = 0$ of $x - 2 = 0$
$x = 0$ of $x = 2$
De symmetrieas ligt bij $x = 1$.
Invullen van $x = 1$ en $y = -\frac{1}{2}$ geeft $-\frac{1}{2} = 2 \times 1^2 - 4 \times 1 + c$ oftewel $-\frac{1}{2} = 2 - 4 + c$.
Dat geeft $-\frac{1}{2} = -2 + c$, dus $c = 1\frac{1}{2}$.

Test jezelf

T-1a $h^2 - 6h - 40 = 0$
$(h + 4)(h - 10) = 0$
$h + 4 = 0$ of $h - 10 = 0$
$h = -4$ of $h = 10$

b $3a^2 + 12 = -12a$
$3a^2 + 12a + 12 = 0$
$a^2 + 4a + 4 = 0$
$(a + 2)(a + 2) = 0$
$a + 2 = 0$ of $a + 2 = 0$
$a = -2$

e $(q + 1)(q + 2) = 20$
$q^2 + 3q + 2 = 20$
$q^2 + 3q - 18 = 0$
$(q + 6)(q - 3) = 0$
$q + 6 = 0$ of $q - 3 = 0$
$q = -6$ of $q = 3$

f $4g^2 - 1 = 0$
$g^2 - \frac{1}{4} = 0$
$g^2 = \frac{1}{4}$
$g = \frac{1}{2}$ of $g = -\frac{1}{2}$

c $t(2t-6)=8$
$2t^2-6t=8$
$2t^2-6t-8=0$
$t^2-3t-4=0$
$(t+1)(t-4)=0$
$t+1=0$ of $t-4=0$
$t=-1$ of $t=4$

d $5p^2-10p=0$
$5p(p-2)=0$
$5p=0$ of $p-2=0$
$p=0$ of $p=2$

g $x^2-(x-3)(x+3)=3x^2$
$x^2-(x^2-9)=3x^2$
$x^2-x^2+9=3x^2$
$3x^2=9$
$x^2=3$
$x=\sqrt{3}$ of $x=-\sqrt{3}$

h $-3s(6-2s)=0$
$-3s=0$ of $6-2s=0$
$s=0$ of $2s=6$
$s=0$ of $s=3$

T-2a $2k^2+3k-1=0$
$D=3^2-4\times2\times-1=9+8=17$
$k=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{2\times2}$ of $k=\dfrac{-3-\sqrt{17}}{2\times2}$
$k=\dfrac{-3+\sqrt{17}}{4}\approx0,28$ of $k=\dfrac{-3-\sqrt{17}}{4}\approx-1,78$

b $\frac{1}{2}r^2-5r=-3$
$\frac{1}{2}r^2-5r+3=0$
$D=(-5)^2-4\times\frac{1}{2}\times3=25-6=19$
$r=\dfrac{5+\sqrt{19}}{2\cdot\frac{1}{2}}$ of $r=\dfrac{5-\sqrt{19}}{2\times\frac{1}{2}}$
$r=\dfrac{5+\sqrt{19}}{1}\approx9,36$ of $r=\dfrac{5-\sqrt{19}}{1}\approx0,64$

c $2w(7+w)=-1$
$14w+2w^2=-1$
$2w^2+14w+1=0$
$D=14^2-4\times2\times1=196-8=188$
$w=\dfrac{-14+\sqrt{188}}{2\times2}$ of $w=\dfrac{-14-\sqrt{188}}{2\times2}$
$w=\dfrac{-14+\sqrt{188}}{4}\approx-0,07$ of $w=\dfrac{-14-\sqrt{188}}{4}\approx-6,93$

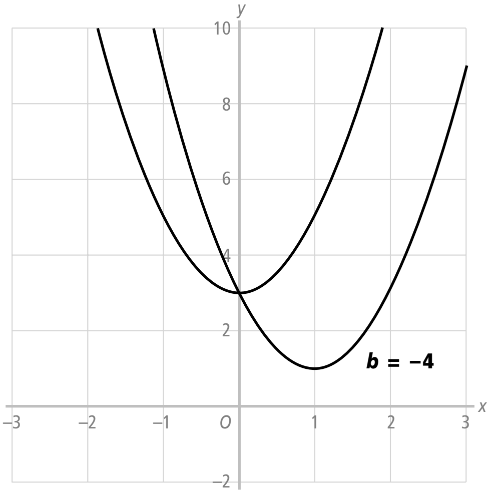
d $(a+3)(a+5)=2a(a-4)$
$a^2+8a+15=2a^2-8a$
$a^2-16a-15=0$
$D=(-16)^2-4\times1\times-15=256+60=316$
$a=\dfrac{16+\sqrt{316}}{2\cdot1}$ of $a=\dfrac{16-\sqrt{316}}{2\times1}$
$a=\dfrac{16+\sqrt{316}}{2}\approx16,89$ of $a=\dfrac{16-\sqrt{316}}{2}\approx-0,89$

e $\frac{1}{4}x^2+2x+1\frac{3}{4}=0$
$D=2^2-4\times\frac{1}{4}\times1\frac{3}{4}=4-1\frac{3}{4}=2\frac{1}{4}$
$x=\dfrac{-2+\sqrt{2\frac{1}{4}}}{2\times\frac{1}{4}}$ of $x=\dfrac{-2-\sqrt{2\frac{1}{4}}}{2\times\frac{1}{4}}$
$x=\dfrac{-2+1\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{-\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=-1$ of $x=\dfrac{-2-1\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=\dfrac{-3\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}}=-7$

f $(2s-1)^2 = (s-1)(s+1)$
$4s^2 - 4s + 1 = s^2 - 1$
$3s^2 - 4s + 2 = 0$
$D = (-4)^2 - 4 \times 3 \times 2 = 16 - 24 = -8$
$D < 0$, dus de vergelijking heeft geen oplossing.

T-3a De coördinaten van de top van de getekende parabool zijn $(0, 3)$.

b



c Voor $b = -4$ heeft de parabool geen snijpunten met de x-as.

d Voor $b = 5$ krijg je de functie $f(x) = 2x^2 + 5x + 3$.
In de vergelijking $2x^2 + 5x + 3 = 0$ geldt $D = 5^2 - 4 \times 2 \times 3 = 25 - 24 = 1$.
$D > 0$, dus er zijn twee snijpunten.

e Voor $b = 2\sqrt{6}$ krijg je de functie $f(x) = 2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3$.
In de vergelijking $2x^2 + 2\sqrt{6}x + 3 = 0$ geldt $D = (2\sqrt{6})^2 - 4 \times 2 \times 3 = 24 - 24 = 0$.
$D = 0$, dus er is één snijpunt met de x-as.
Berry heeft geen gelijk.

f Ook voor $b = -2\sqrt{6}$ is er maar één snijpunt.
Voor $-2\sqrt{6} < b < 2\sqrt{6}$ heeft de bijbehorende parabool geen punten gemeenschappelijk met de x-as.

T-4a A $(x+2)^2 = 9$
$x + 2 = 3$ of $x + 2 = -3$
$x = 1$ of $x = -5$
B $t^2 - 2t = 0$
$t(t-2) = 0$
$t = 0$ of $t - 2 = 0$
$t = 0$ of $t = 2$
F $(a+1)(a-5{,}5) = 0$
$a + 1 = 0$ of $a - 5{,}5 = 0$
$a = -1$ of $a = 5{,}5$
G $(2p-3)^2 - 3 = -2$
$(2p-3)^2 = 1$
$2p - 3 = 1$ of $2p - 3 = -1$
$2p = 4$ of $2p = 2$
$p = 2$ of $p = 1$

H $x^2 - 8x + 16 = 0$
$(x-4)(x-4) = 0$
$x - 4 = 0$ of $x - 4 = 0$
$x = 4$

b C $q^2 + q + 0,25 = 0$
$D = 1^2 - 4 \times 1 \times 0,25 = 1 - 1 = 0$
$q = \dfrac{-1+\sqrt{0}}{2 \times 1}$ of $q = \dfrac{-1-\sqrt{0}}{2 \times 1}$
$q = \frac{-1+0}{2} = -\frac{1}{2}$
D $0,5r^2 - r = 2$
$0,5r^2 - r - 2 = 0$
$D = (-1)^2 - 4 \times 0,5 \times -2 = 1 + 4 = 5$
$r = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2 \cdot 0,5}$ of $r = \dfrac{1-\sqrt{5}}{2 \times 0,5}$
$r = \dfrac{1+\sqrt{5}}{1} \approx 3,24$ of $r = \dfrac{1-\sqrt{5}}{1} \approx -1,24$
E $-k(k+4) = 8$
$-k^2 - 4k = 8$
$-k^2 - 4k - 8 = 0$
$D = (-4)^2 - 4 \times -1 \times -8 = 16 - 32 = -16$
$D < 0$, dus de vergelijking heeft geen oplossing.

T-5a De grafiek is een dalparabool. De kleinste uitkomst krijg je als $x - 5 = 0$, dus als $x = 5$. Invullen van $x = 5$ geeft $y = (5-5)^2 + 2 = 0 + 2 = 2$.
De coördinaten van de top zijn (5, 2).

b De grafiek is een bergparabool. De grootste uitkomst krijg je als $x = 0$.
Invullen van $x = 0$ geeft $y = -0^2 + \frac{2}{5} = \frac{2}{5}$.
De coördinaten van de top zijn $(0, \frac{2}{5})$.

c De grafiek is een dalparabool. De kleinste uitkomst krijg je als $3 - 4x = 0$, dus als $x = \frac{3}{4}$. Invullen van $x = \frac{3}{4}$ geeft $y = (3 - 4 \times \frac{3}{4})^2 = (3-3)^2 = 0^2 = 0$.
De coördinaten van de top zijn $(\frac{3}{4}, 0)$.

d De grafiek is een dalparabool. De kleinste uitkomst krijg je als $x + \sqrt{2} = 0$, dus als $x = -\sqrt{2}$. Invullen van $x = -\sqrt{2}$ geeft $y = (-\sqrt{2} + \sqrt{2})^2 + \sqrt{3} = 0 + \sqrt{3} = \sqrt{3}$.
De coördinaten van de top zijn $(-\sqrt{2}, \sqrt{3})$.

e De grafiek is een bergparabool. De grootste uitkomst krijg je als $6 - 4x = 0$, dus als $x = 1\frac{1}{2}$. Invullen van $x = 1\frac{1}{2}$ geeft $y = -(6 - 4 \times 1\frac{1}{2})^2 + 7 = -(6-6)^2 + 7 = 0 + 7 = 7$.
De coördinaten van de top zijn $(1\frac{1}{2}, 7)$.

f De grafiek is een dalparabool. De kleinste uitkomst krijg je als $x + 2 = 0$, dus als $x = -2$. Invullen van $x = -2$ geeft $y = 3 \times (-2+2)^2 - \sqrt{5} = 3 \times 0 - \sqrt{5} = -\sqrt{5}$.
De coördinaten van de top zijn $(-2, -\sqrt{5})$.

T-6a Aurèlie krijgt de functie $f(x)=x^2+3x+2$.
$x^2+3x+2=0$
$(x+2)(x+1)=0$
$x+2=0$ of $x+1=0$
$x=-2$ of $x=-1$
De coördinaten van de snijpunten van deze grafiek met de *x*-as zijn (–2, 0) en (–1 ,0).

b De symmetrieas ligt bij $x=-1\frac{1}{2}$.
Invullen van $x=-1\frac{1}{2}$ geeft $f(-1\frac{1}{2})=(-1\frac{1}{2})^2+3\times-1\frac{1}{2}+2=2\frac{1}{4}-4\frac{1}{2}+2=-\frac{1}{4}$.
De coördinaten van de top van deze grafiek zijn $(-1\frac{1}{2},-\frac{1}{4})$.

c Invullen van $x=0$ en $f(0)=-4$ geeft $-4=a\times0^2+b\times0+c$, dus $c=-4$.

T-7a Als Richard 20 oliebollen verkoopt, dan hoort daar $q=2$ bij.
Invullen van $q=2$ geeft $TW=-4\times2^2+60\times2-144=-16+120-144=-40$.
Richard maakt –€ 40,- winst of € 40,- verlies.

b $-4q^2+60q-144=0$
$q^2-15q+36=0$
$(q-3)(q-12)=0$
$q-3=0$ of $q-12=0$
$q=3$ of $q=12$
De coördinaten van de snijpunten van de grafiek van *TW* met de horizontale as zijn (3, 0) en (12, 0).

c Richard maakt bij 30 oliebollen en bij 120 oliebollen geen winst of verlies.

d Richard moet 75 oliebollen verkopen om een zo groot mogelijke winst te maken.

e Invullen van $q=7,5$ geeft $TW=-4\times7,5^2+60\times7,5-144=-225+450-144=81$.
Richard kan maximaal € 81,- winst maken.

T-8a De coördinaten van de snijpunten van de parabool met de *x*-as zijn (0, 0) en (–4, 0) en de coördinaten van de top van de parabool (–2, –2) kloppen met de parabool die bij $c=0$ hoort.

b Bij $c=3$ krijg je de functie $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x+3$.
In de vergelijking $\frac{1}{2}x^2+2x+3=0$ geldt $D=2^2-4\times\frac{1}{2}\times3=4-6=-2$.
$D<0$, dus de parabool bij $c=3$ heeft geen snijpunten met de horizontale as.

c Bij $c=-4$ krijg je de functie $f(x)=\frac{1}{2}x^2+2x-4$.
In de vergelijking $\frac{1}{2}x^2+2x-4=0$ geldt $D=2^2-4\times\frac{1}{2}-4=4+8=12$.
$D>0$, dus de parabool bij $c=-4$ heeft twee snijpunten met de horizontale as.

d Van de vergelijking $\frac{1}{2}x^2+2x+c=0$ moet de discriminant dan gelijk aan 0 zijn.
De discriminant is $D=2^2-4\times\frac{1}{2}c$ oftewel $D=4-2c$.
Oplossen van $4-2c=0$ geeft $2c=4$, dus $c=2$.
Voor c = 2 heeft de bijbehorende parabool precies één punt gemeenschappelijk met de horizontale as.