# Hoofdstuk 6 - Procentuele groei

## Voorkennis

**V-1a** Een lengte van 1 meter 50 is een lengte van 150 cm.

| *hoogte* in cm | 60 | 1 | 150 |
|---|---|---|---|
| *lengte schaduw* in cm | 90 | 1,5 | 225 |

De schaduw van Henk als hij rechtop staat is 225 cm oftewel 2,25 meter lang.

**b** Een schaduw van 18 meter is een schaduw van 1800 cm.

| *hoogte* in cm | 60 | 0,666... | 1200 |
|---|---|---|---|
| *lengte schaduw* in cm | 90 | 1 | 1800 |

De school is 1200 cm oftewel 12 meter hoog.

**V-2a** Op de stippeltjes komt het getal 225 te staan.

**b** Een hoogte van 22 meter is een hoogte van 2200 cm.

| *hoogte* in cm | 60 | 1 | 2200 |
|---|---|---|---|
| *lengte schaduw* in cm | 90 | 1,5 | 3300 |

De schaduw is dan 3300 cm oftewel 33 meter lang.

**c** Een schaduw van 7,35 meter is een schaduw van 735 cm.

| *hoogte* in cm | 60 | 0,666... | 490 |
|---|---|---|---|
| *lengte schaduw* in cm | 90 | 1 | 735 |

De hoogte is 490 cm oftewel 4,90 meter.

**V-3a** De broek kostte eerst € 80,- en dat is 100%.

**b**

| *bedrag* in euro's | 80 | 1 | 15 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 100 | 1,25 | 18,75 |

De € 15,- is 18,75% korting.

**V-4a** Boven de 100% moet het totaal aantal leerlingen van de klas komen te staan.

**b**

| *aantal leerlingen* | 18 | 0,3 | 30 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 60 | 1 | 100 |

De klas telt in totaal 30 leerlingen.

**V-5a** Jack vindt € 237,60, want 20% van 198 is 39,6 en 198 + 39,6 = 237,6. Dat is fout want hij gaat er van uit dat de € 198,- overeenkomt met 100%, maar dat komt overeen met 80%.

**b**

| *prijs* in euro's | 198 | 2,475 | 247,5 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 80 | 1 | 100 |

Voordat de korting eraf ging kostte de stoel € 247,50.

**V-6a** Er komt nog ongeveer $\frac{1}{5}$ deel (= 20%) van € 400,- bij en dat is € 80,-.
Meneer Hiemstra moet iets minder dan € 480,- betalen (precies € 476,-).

**b**

| *prijs* in euro's | 400 | 4 | 76 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 100 | 1 | 19 |

Meneer Hiemstra betaalt € 76,- voor de BTW.

**V-7a**

| *prijs* in euro's | 399 | 3,99 | 75,81 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 100 | 1 | 19 |

Voor dit hifi-deck moet € 75,81 BTW betaald worden.

**b** De prijs inclusief BTW wordt € 399,- + € 75,81 = € 474,81.
Of:

| *prijs* in euro's | 399 | 3,99 | 474,81 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 100 | 1 | 119 |

De prijs inclusief BTW wordt € 474,81.

**V-8**

| *bedrag* in euro's | 105 | 3 | 405 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 35 | 1 | 135 |

De premie die ze jaarlijks betalen is € 405,-.

**V-9a** Het grondtal is 6, de exponent is 2 en $6^2 = 6 \times 6 = 36$.
**b** Het grondtal is 3, de exponent is 4 en $3^4 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 81$.
**c** Het grondtal is 0,1, de exponent is 3 en $0{,}1^3 = 0{,}1 \times 0{,}1 \times 0{,}1 = 0{,}001$.
**d** Het grondtal is 5, de exponent is 3 en $5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$.
**e** Het grondtal is 1, de exponent is 7 en $1^7 = 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 \times 1 = 1$.
**f** Het grondtal is $\frac{1}{2}$, de exponent is 3 en $(\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$.
**g** Het grondtal is 0,9, de exponent is 2 en $0{,}9^2 = 0{,}9 \times 0{,}9 = 0{,}81$.
**h** Het grondtal is 0,2, de exponent is 3 en $0{,}2^3 = 0{,}2 \times 0{,}2 \times 0{,}2 = 0{,}008$.

**V-10a** $5 \times 2^4 = 5 \times 16 = 80$
**b** $10 \times 3^3 = 10 \times 27 = 270$
**c** $5^2 + 2^4 \times 2 = 25 + 16 \times 2 = 25 + 32 = 57$
**d** $7 \times (4^2 - 6) = 7 \times (16 - 6) = 7 \times 10 = 70$
**e** $2 \times (2+1)^3 = 2 \times 3^3 = 2 \times 27 = 54$
**f** $6 \times 10^4 - 10^4 = 6 \times 10\,000 - 10\,000 = 60\,000 - 10\,000 = 50\,000$
**g** $4 \times 5 + 6 = 20 + 6 = 26$
**h** $6 \times 1^{16} + 0{,}1^3 \times 20 = 6 \times 1 + 0{,}001 \times 20 = 6 + 0{,}02 = 6{,}02$

## 6-1 Van procent naar factor

**1a** Rens moet bij de pijlen : 100 en × 80 zetten.

**b**

| *aantal leerlingen* | 570 | 5,7 | 456 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 100 | 1 | 80 |

Rens zal 456 leerlingen vinden.
Blache zal 0,80 × 570 = 456 leerlingen vinden.

**c** Dat zijn 0,30 × 570 = 171 leerlingen.

**2a** 70% van 80 is $\frac{70}{100} \times 80 = 0,70 \times 80 = 56$

**b** 80% van 130 is $\frac{80}{100} \times 130 = 0,80 \times 130 = 104$

**c** 64% van 88 is $\frac{64}{100} \times 88 = 0,64 \times 88 = 56,32$

**d** 24% van 430 is $\frac{24}{100} \times 430 = 0,24 \times 430 = 103,2$

**3a** Bij de pijl komt op de puntjes het getal 1,19 te staan.

**b** Het bedrag inclusief BTW is 1,19 × € 700,- = € 833,-.

**c** De prijs inclusief BTW is 1,19 × € 175,- = € 208,25.

**4a** Bij een toename van 12% moet je met 1,12 vermenigvuldigen.

**b** Bij een toename van 3% moet je met 1,03 vermenigvuldigen.

**5a** Je moet de oude prijs met de factor 1,08 vermenigvuldigen.

**b** De nieuwe prijs van het overhemd wordt 1,08 × € 49,- = € 52,92.

**c** De nieuwe prijs wordt 1,05 × € 25,- = € 26,25.

**6a** Een korting van 15% betekent een verandering van 100% naar 100% – 15% = 85%.
Je moet de oude prijs met de factor 0,85 vermenigvuldigen.

**b** De nieuwe prijs van de broek wordt 0,85 × € 60,- = € 51,-.

**c** De trui wordt 0,78 × € 45,- = € 35,10.

**7a** Het aantal leden is met een factor 80 : 125 = 0,64 afgenomen.

**b** Het aantal leden neemt nu met de factor 112 : 80 = 1,4 toe.

**8a** De helft van de helft is 0,5 × 0,5 = 0,25 oftewel 25% van de oorspronkelijke prijs.

**b** Voor een computerspel moet je 0,25 × € 68,- = € 17,- betalen.

**c** Een legpuzzel kost 0,25 × € 45,- = € 11,25 in de uitverkoop.

**9a** 0,60 × 0,45 × € 457,- = € 123,39

**b** 0,80 × 0,90 × 600 = 432

**c** 0,90 × 0,80 × 600 = 432

**d** Je moet de prijzen in totaal met 0,90 × 1,14 = 1,026 vermenigvuldigen.
De prijzen stijgen uiteindelijk met 2,6%.

**e** Bij eerst 15% stijgen en daarna 20% stijgen moet je met 1,15 × 1,20 = 1,38 vermenigvuldigen en er komt dan 38% bij.
Bij eerst 15% dalen en daarna 20% dalen moet je met 0,85 × 0,80 = 0,68 vermenigvuldigen en er gaat dan 32% van af.
Het eerste geval levert een grotere verandering in procenten op.

**10a** Friesland heeft 0,04 × 16 400 000 = 656 000 inwoners.
Van die inwoners van Friesland spreken er 0,65 × 656 000 = 426 400 Fries.
**b** Dat is 0,04 × 0,65 × 100% = 2,6% van de inwoners van Nederland.
**c** Nee, dat is niet bekend, want ook buiten Friesland wonen mensen die Fries spreken.

## 6-2 Exponentiële groei

**11a** Na één week is 5 × 2 = 10 m$^2$ bedekt met deze waterplanten.
**b** En na twee weken is 5 × 2 × 2 = 20 m$^2$ bedekt.
**c**

| *tijd* in weken | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *bedekte oppervlakte* in m$^2$ | 5 | 10 | 20 | 40 | 80 | 160 | 320 |

**d** Elke oppervlakte krijg je door de vorige oppervlakte met 2 te vermenigvuldigen.
**e** Na twaalf weken is 5 × 2$^{12}$ = 20 480 m$^2$ bedekt.
**f** Het meer is na ongeveer 21 weken helemaal bedekt, want na 20 weken is pas 5 × 2$^{20}$ = 5 242 880 m$^2$ ≈ 5 km$^2$ bedekt en na 21 weken zou 5 × 2$^{21}$ = 10 485 760 m$^2$ ≈ 10 km$^2$ bedekt zijn.
**g** Eén week eerder, dus na ongeveer 20 weken, is het meer voor de helft bedekt.
**h** Bij verviervoudigen is het meer inderdaad twee keer zo snel helemaal bedekt, want in dat geval is na 10 weken 5 × 4$^{10}$ = 5 242 880 m$^2$ ≈ 5 km$^2$ bedekt en bij verdubbelen duurt dat 20 weken.

**12a** De groeifactor is 0,5.

| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *h* | 80 | 40 | 20 | 10 | 5 | 2,5 |

**b** De groeifactor is 20.

| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *h* | 0,07 | 1,4 | 28 | 560 | 112 00 | 224 000 |

**c** De groeifactor is 1,5.

| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *h* | 24 | 36 | 54 | 81 | 121,5 | 182,25 |

**d** De groeifactor is 3.

| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *h* | 2 | 6 | 18 | 54 | 162 | 486 |

**13a** Na 1 jaar is 100% – 8% = 92% van de vogels over.
**b** De groeifactor is 0,92.
**c** Na 2 jaar zijn er 25 000 × 0,92$^2$ = 21 160 vogels en na 3 jaar zijn er 25 000 × 0,92$^3$ ≈ 19 467 vogels. In het jaar 2009 zijn er voor het eerst minder dan 20 000 vogels.

**14a** Bij $t = 0$ hoort bij beide grafieken $h = 10$ .
**b** Bij $t = 1$ hoort $h = 10 \times 1,2 = 12$ en bij $t = 2$ hoort $h = 10 \times 1,2^2 = 14,4$ .
**c** Bij deze groeifactor hoort grafiek 2.
**d** Bij $t = 1$ hoort bij de andere grafiek $h = 5$ .
**e** Bij grafiek 2 hoort de groeifactor 5 : 10 = 0,5.
**f** Als de grafiek die bij de groei hoort stijgend is, dan is de groeifactor groter dan 1.

**15a** De groeifactor per jaar is 1,04.

**b** Het kapitaal in 2005 en het kapitaal in 2004 is afgerond op hele euro's.

**c** $1257 : 1209 \approx 1{,}0397$
$1308 : 1257 \approx 1{,}0406$
$1360 : 1308 \approx 1{,}0398$
$1414 : 1360 \approx 1{,}0397$
$1471 : 1414 \approx 1{,}0403$
De groeifactor is telkens vrijwel hetzelfde.

**d** Het bedrag van 2000 euro wordt niet gehaald, want $1209 \times 1{,}04^{12} \approx 1935{,}65$.

**16a** De factor tussen 0 en 1 dagen is $54 : 50 = 1{,}08$.

**b** Nee, want de factor tussen 1 en 2 dagen is $58 : 54 \approx 1{,}074$.

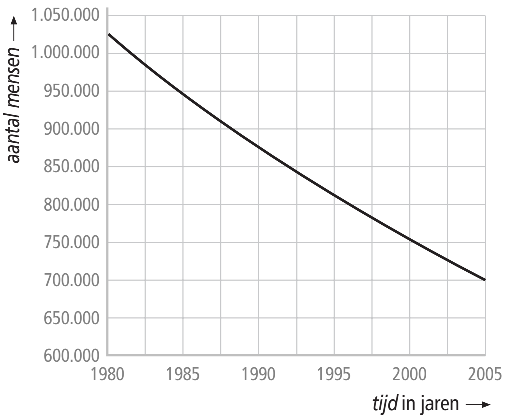
**c** De factor tussen 2 en 3 dagen is $63 : 58 \approx 1{,}086$.
De factor tussen 3 en 4 dagen is $68 : 63 \approx 1{,}079$.

**d** De groeifactoren zijn ongeveer even groot, namelijk ongeveer 1,08.

**17a** $949\,000 : 1\,026\,000 \approx 0{,}92495$
$878\,000 : 949\,000 \approx 0{,}92518$
$812\,000 : 878\,000 \approx 0{,}92483$
De groeifactor per vijf jaar is op drie decimalen afgerond telkens ongeveer 0,925.

**b** $812\,000 \times 0{,}925^2 = 694\,767{,}5$, dus in 2005 woonden er ongeveer 695 000 mensen.

**c**




**d** $1.026\,000 : 0{,}925 \approx 1\,109\,189$, dus in 1975 woonden er ongeveer 1 109 000 mensen.

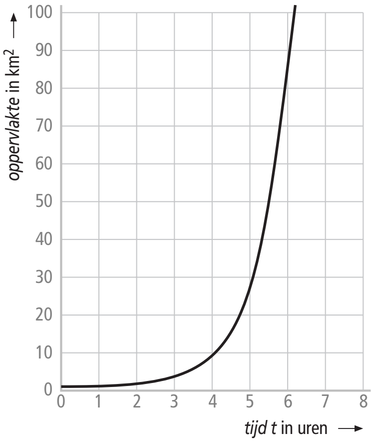
**e** Je kunt dat aantal mensen in de grafiek in beeld brengen door links van de verticale as te tekenen.

## 6-3 Exponentiële formules

**18a**

| *tijd t* in uren | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *oppervlakte* in km$^2$ | 0,12 | 0,36 | 1,08 | 3,24 | 9,72 | 29,16 | 87,48 |

**b**




**c** Na ongeveer $5\frac{1}{4}$ uur, dus ongeveer om 15.15 uur had de olievlek een oppervlakte van 40 km$^2$.

**d** Om 9 uur 's ochtends was de grootte van de olievlek 0,12 : 3 = 0,04 km$^2$.

**19a** Na 3 uur geldt $A = 0{,}12 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0{,}12 \times 3^3$ en de oppervlakte van de olievlek is dan 3,24 km$^2$.

**b** Na 8 uur geldt $A = 0{,}12 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0{,}12 \times 3^8$ en de oppervlakte van de olievlek is dan 787,32 km$^2$.

**c** Na 1 uur is de oppervlakte $0{,}12 \times 3^1$ km$^2$, na 2 uur is de oppervlakte $0{,}12 \times 3^2$ km$^2$, na 3 uur is de oppervlakte $0{,}12 \times 3^3$ km$^2$, dus na $t$ uur is de oppervlakte $0{,}12 \times 3^t$ km$^2$.

**20a** De factor in de formule is 1,8.

**b** $s = 20 \times 1{,}8^3 = 116{,}64$

**c** Voor $t = 7$ is $s = 20 \times 1{,}8^7 \approx 1224{,}44$ en voor $t = 11$ is $s = 20 \times 1{,}8^{11} \approx 12853{,}68$.

**d** Voor $t = 0$ is $s = 20 \times 1{,}8^0 = 20$.

**21a/b**

| *macht* | $3^0$ | $3^1$ | $3^2$ | $3^3$ | $3^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *uitkomst* | 1 | 3 | 9 | 27 | 81 |

**c**

| *macht* | $2^0$ | $2^1$ | $2^2$ | $2^3$ | $2^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *uitkomst* | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

**d**

| *macht* | $5^0$ | $5^1$ | $5^2$ | $5^3$ | $5^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *uitkomst* | 1 | 5 | 25 | 125 | 625 |

**e** Als de exponent gelijk is aan 0, dan is de uitkomst van een macht 1.

**22a** De groeifactor bij tabel 1 is 600 : 400 = 900 : 600 = 1,5.

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $h$ | 400 | 600 | 900 | 1350 | 2025 | 3037,5 |

De formule bij tabel 1 is $h = 400 \times 1,5^t$.

**b** De groeifactor bij tabel 2 is 7,5 : 37,5 = 1,5 : 7,5 = 0,2.

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $h$ | 937,5 | 187,5 | 37,5 | 7,5 | 1,5 | 0,3 |

De formule bij tabel 2 is $h = 937,5 \times 0,2^t$.

**23a** Bij $w = 15 \cdot 0,9^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 0,9, de uitkomst bij $t = 1$ is $w = 15 \cdot 0,9 = 13,5$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $w = 15 \cdot 0,9^3 = 10,935$.
Bij $m = 15 \cdot 1,3^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 1,3, de uitkomst bij $t = 1$ is $m = 15 \cdot 1,3 = 19,5$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $m = 15 \cdot 1,3^3 = 32,955$.
Bij $p = 70 \cdot 0,5^t$ is de beginhoeveelheid 70, is de groeifactor 0,5, de uitkomst bij $t = 1$ is $p = 70 \cdot 0,5 = 35$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $p = 70 \cdot 0,5^3 = 8,75$.
Bij $k = 1,6^t$ is de beginhoeveelheid 1, is de groeifactor 1,6, de uitkomst bij $t = 1$ is $k = 1,6$ en de uitkomst bij $t = 3$ is $k = 1,6^3 = 4,096$.

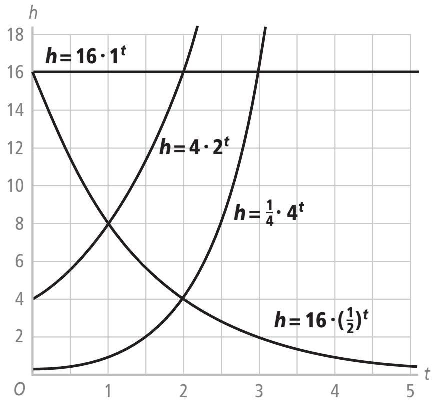
**b** Bij de formule $w = 15 \cdot 0,9^t$ is de grafiek dalend, bij de formule $m = 15 \cdot 1,3^t$ is de grafiek stijgend, bij de formule $p = 70 \cdot 0,5^t$ is de grafiek dalend en bij de formule $k = 1,6^t$ is de grafiek dalend.
Als de groeifactor groter dan 1 is, dan is de grafiek stijgend en als de groeifactor kleiner dan 1 is, dan is de grafiek dalend.

**c** Als van een exponentieel verband $g > 1$, dan is de grafiek stijgend. Dat klopt met opdracht b.

**24a** De grafieken bij de formules $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ en $h = 4 \cdot 2^t$ zijn stijgend.
De formule $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ hoort bij de snelst stijgende grafiek.

**b** Bij de formule $h = \frac{1}{4} \cdot 4^t$ is de beginhoeveelheid $\frac{1}{4}$ en is de groeifactor 4.
Bij de formule $h = 16 \cdot (\frac{1}{2})^t$ is de beginhoeveelheid 16 en is de groeifactor $\frac{1}{2}$.
Bij de formule $h = 16 \cdot 1^t$ is de beginhoeveelheid 16 en is de groeifactor 1.
Bij de formule $h = 4 \cdot 2^t$ is de beginhoeveelheid 4 en is de groeifactor 2.

**c**



**25a** Bij grafiek 1 hoort $a=5$ en $b=\frac{1}{2}$ en de formule is $y=5\cdot(\frac{1}{2})^t$.
Bij grafiek 2 hoort $a=\frac{1}{5}$ en $b=2$ en de formule is $y=\frac{1}{5}\cdot 2^t$.
**b** Voor een nieuwe grafiek die nog steiler is dan grafiek 2 moet je $b=5$ kiezen.
**c** Voor een andere grafiek die sterker daalt dan grafiek 1 moet je $b=\frac{1}{5}$ kiezen.

**26a** Meteen na het tappen is de schuimkraag 3 cm hoog.
**b** De schuimkraag neemt met 100% – 78% = 22% per minuut af.
**c** Voor $t=0$ is $h=3\times 0,78^0=3$ cm en voor $t=5$ is $h=3\times 0,78^5\approx 0,87$ cm.
**d** Na 2 minuten is $h=3\times 0,78^2\approx 1,83$ cm en na 3 minuten is $h=3\times 0,78^3\approx 1,42$ cm, dus na bijna 3 minuten is de helft van de schuimkraag over.

## 6-4 Groeifactor en tijd

**27a** Er zijn 12 uur later 1500 × 2 = 3000 fruitvliegjes.
Een dag heeft 24 uur en er zijn een dag later 1500 × $2^2$ = 6000 fruitvliegjes.
**b**

| *tijd* per 12 uur | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| *aantal fruitvliegjes* | 1500 | 3000 | 6000 |

**c** De groeifactor per 12 uur is 2.
**d** De groeifactor per dag is $2^2$ = 4.
**e** Na 4 dagen zijn er 1500 × $4^4$ = 384 000 fruitvliegjes.

**28a** De groeifactor tussen $t=0$ en $t=2$ is $1,5^2$ = 2,25.
**b** De groeifactor tussen $t=1$ en $t=3$ is $1,5^2$ = 2,25.
**c** De groeifactor per half uur is telkens 2,25.
**d** De groeifactor per heel uur is $1,5^4$ = 5,0625.

**29a** De groeifactor $g$ per twintig minuten is 1,06.
**b** $1,06^3 \approx 1,19$
**c** In een uur zit drie keer twintig minuten en de groeifactor per uur is 1,06.
**d** Een formule is $A=500\times 1,19^t$ met $A$ het aantal algen en $t$ de tijd in uren.

**30a** De groeifactor per vijf jaar is $0,98^5 \approx 0,90$, de groeifactor per tien jaar is $0,98^{10} \approx 0,82$ en de groeifactor per 25 jaar is $0,98^{25} \approx 0,60$.
**b** Een formule is $A=15\,000\times 0,90^t$ met $A$ het aantal inwoners en $t$ de tijd per vijf jaar.
Een formule is $A=15\,000\times 0,82^t$ met $A$ het aantal inwoners en $t$ de tijd per tien jaar.
Een formule is $A=15\,000\times 0,60^t$ met $A$ het aantal inwoners en $t$ de tijd per 25 jaar.
**c** Na 50 jaar krijg je met de formule per vijf jaar $A=15\,000\times 0,90^{10}\approx 5230$ inwoners, met de formule per tien jaar $A=15\,000\times 0,82^5\approx 5561$ inwoners en met de formule per 25 jaar $A=15\,000\times 0,60^2\approx 5400$ inwoners.
**d** Het verschil bij de antwoorden van opdracht c komt omdat de groeifactoren op twee decimalen zijn afgerond.

**31a** De groeifactor per uur is 5.

**b** In een uur zitten twee halve uren. Als de groeifactor per half uur $g$ is, dan is de groeifactor per uur $g^2$. De groeifactor per uur is 5, dus moet gelden $g^2 = 5$. De oplossing daarvan is $g = \sqrt{5}$.

**c**

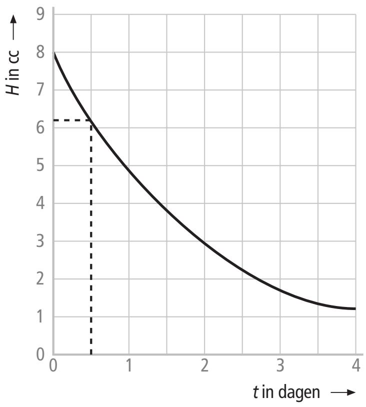
| *tijd* per uur | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 |
|---|---|---|---|
| *aantal fruitvliegjes* | 1600 | 3578 | 8000 |

**32a** De groeifactor per 12 uur is $\sqrt{9} = 3$.

**b** De groeifactor per kwartier is $\sqrt{1,44} = 1,2$.

**c** De groeifactor per half jaar is $\sqrt{0,75} \approx 0,87$.

**33a**




**b** Invullen van $t = 7$ geeft $H = 8 \cdot 0,6^7 \approx 0,224$.
Na een week is nog ongeveer 0,224 cc over.

**c** Zie de tekening hierboven. Na twaalf uur is nog ongeveer 6,2 cc medicijn over.

**d** In een dag zitten twee perioden van twaalf uur.
De groeifactor per dag is 0,6, dus de groeifactor per twaalf uur is $\sqrt{0,6} \approx 0,77$.
Na twaalf uur is dan ongeveer 8 × 0,77 = 6,2 cc medicijn over.
Dat klopt met het antwoord van opdracht c.

**34** Bij soort *A* is de groeifactor per half uur 515 : 75 ≈ 6,9 en bij soort *B* is de groeifactor per half uur 255 : 58 ≈ 4,4 of 1126 : 255 ≈ 4,4. Soort *A* groeit het hardst.

## 6-5 Standaardvorm

**35a** Op $t = 0$ zijn er $400 \times 3^0 = 400$ sprinkhanen.
Op $t = 10$ zijn er $400 \times 3^{10} = 23\,619\,600$ sprinkhanen.

**b** Op $t = 15$ zijn er $400 \times 3^{15} = 5\,739\,562\,800$ sprinkhanen.
Vermenigvuldigen met drie geeft inderdaad een antwoord zoals ernaast staat.

**c** Op één decimaal is het 1,7.

**d** $S = 400 \times 3^{16} \approx 1,7 \times 10^{10}$

**e** Na 25 weken zijn er $400 \times 3^{25} \approx 3,4 \times 10^{14}$ sprinkhanen.

**36a** $6,7 \times 10^6 = 6\,700\,000$
$1,8 \times 10^4 = 18\,000$
$-7,2 \times 10^8 = -720\,000\,000$
$9,009 \times 10^9 = 9\,009\,000\,000$
$-100,07 \times 10^5 = -10\,007\,000$
$12,00006 \times 10^3 = 12\,000,06$

**b** $54\,678 = 5,4678 \times 10^4$
$6\,765\,000\,000 = 6,765 \times 10^9$
$3967,5 = 3,9675 \times 10^3$
$-8905,4 = -8,9054 \times 10^3$

**37a** $45^{10} = 3,4 \times 10^{16}$
**b** $5000 \times 2^{115} = 2,1 \times 10^{38}$
**c** $35 \times 3,8^{25} = 1,1 \times 10^{16}$
**d** $3 \times 214^6 = 2,9 \times 10^{14}$
**e** $10 \times 8^{10} = 1,1 \times 10^{10}$
**f** $11 \times 12^9 = 5,7 \times 10^{10}$
**g** $0,67 \times 10^{13} = 6,7 \times 10^{12}$
**h** $5 \times 1012^5 = 5,3 \times 10^{15}$

**38a** Eén jaar is $365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31\,536\,000 = 3,1536 \times 10^7$ seconden. Vermenigvuldig dit met je leeftijd, denk daarbij aan het aantal jaren plus dagen, en rond verstandig af.
**b** Tel tien jaar bij je leeftijd op en vermenigvuldig dit met $3,1536 \times 10^7$ seconden.
Of:
Tel $10 \times 3,1536 \times 10^7 = 3,1536 \times 10^8$ seconden bij het antwoord van opdracht a op.

**39a** Op $t = 0$ zijn er $20\,000 \times 0,25^0 = 20\,000$ bacteriën.
**b** Op $t = 22$ zijn er $20\,000 \times 0,25^{22} = 0,000\,000\,001$ bacteriën.
Vermenigvuldigen met 0,25 geeft inderdaad een antwoord zoals ernaast staat.
Overigens is dit een theoretisch verhaal, want minder dan 1 bacterie kan eigenlijk niet.
**c** Op één decimaal is het 2,8.
**d** $B = 20\,000 \times 0,25^{13} \approx 2,8 \times 10^{-10}$
**e** Na 30 uren zijn er $20\,000 \times 0,25^{30} \approx 1,7 \times 10^{-14}$ bacteriën.

**40a** $7 \times 10^{-5} = 0,000\,07$
$8 \times 10^{-8} = 0,000\,000\,08$
$5,09 \times 10^{-6} = 0,000\,005\,09$
$8,123 \times 10^{-4} = 0,000\,812\,3$

**b** $5684,143 = 5,684\,143 \times 10^3$
$0,000\,014\,785 = 1,4785 \times 10^{-5}$
$0,020\,54 = 2,054 \times 10^{-2}$
$0,000\,000\,003\,45 = 3,45 \times 10^{-9}$

**41a** $0,89^{40} = 0,094\,536... \approx 9,5 \times 10^{-3}$
**b** $5 \times 0,2^9 = 0,000\,002\,56 \approx 2,6 \times 10^{-6}$
**c** $6500 \times 0,1^8 = 0,000\,065 = 6,5 \times 10^{-5}$
**d** $0,45^{10} = 0,000\,340... \approx 3,4 \times 10^{-4}$
**e** $\frac{21}{1\,000\,000} = 0,000\,021 = 2,1 \times 10^{-5}$
**f** $0,01 \times 0,8^{10} = 0,001\,073... \approx 1,1 \times 10^{-3}$
**g** $11 \times 0,1^9 = 0,000\,000\,011 = 1,1 \times 10^{-8}$
**h** $5 \times 0,15^5 = 0,000\,379... \approx 3,8 \times 10^{-4}$
**i** 16,5 miljard $= 16,5 \times 10^9 \approx 1,7 \times 10^{10}$
**j** $\frac{51}{100\,000} = 0,000\,51 = 5,1 \times 10^{-4}$

**42a** $H = 700 \cdot 0,15^{20} \approx 2,33 \times 10^{-14}$
**b** $H = 9 \cdot 5^{20} \approx 8,58 \times 10^{14}$
**c** $H = 5000 \cdot 0,01^{20} = 5,00 \times 10^{-37}$
**d** $H = 2500 \cdot 0,89^{20} \approx 2,43 \times 10^2$
**e** $H = 1990 \cdot 0,5^{20} \approx 1,90 \times 10^{-3}$
**f** $H = 0,9 \cdot 10^{20} = 9,00 \times 10^{19}$

## 6-6 Gemengde opdrachten

**43a** De aanbieding is onduidelijk. Als er 10% van € 79,95 extra korting gegeven wordt, dan wordt 0,10 × € 79,95 = € 7,995 extra korting gegeven. In dat geval komt de prijs uit op € 39,95 – € 7,995 = € 31,955 en moet aan de kassa € 31,95 of € 31,96 betaald worden. Maar als er 10% van € 39,95 extra korting gegeven wordt, dan komt de prijs die aan de kassa betaald moet worden uit op 0,90 × € 39,95 = € 35,955 of € 35,95 of € 35,96.

**b**

| *prijs* in euro's | 79,95 | 1 | 31,955 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 100 | 1,2507... | 39,9687... |

In het eerste geval is het ongeveer 40% van de originele prijs.

| *prijs* in euro's | 79,95 | 1 | 35,955 |
|---|---|---|---|
| *percentage* | 100 | 1,2507... | 44,9718... |

In het tweede geval is het ongeveer 45% van de originele prijs.

**c** Ook hier is de aanbieding onduidelijk. Als de 10% en de 20% over het originele bedrag gegeven worden, dan is de korting 10% + 20% = 30% en heeft Olaf gelijk.
Maar als over het afgeprijsde bedrag eerst 10% korting gegeven wordt en daarna over het resterende bedrag nog eens 20% korting, dan wordt het afgeprijsde bedrag met 0,90 × 0,80 = 0,72 vermenigvuldigd en is de korting 28% en heeft Olaf geen gelijk.

**d** Nee, dat maakt niet uit. In het eerste geval is 10% + 20% = 20% + 10% = 30% en in het tweede geval is 0,90 × 0,80 = 0,80 × 0,90 = 0,72.

**44a** Tineke verdient eind januari 1,10 × 1,10 × € 38,- = € 45,98.

**b** Ze heeft nu bij elkaar 21% loonsverhoging gekregen, want 1,10 × 1,10 = 1,21.

**45a** De groeifactor bij een toename van 4% is 1,04.

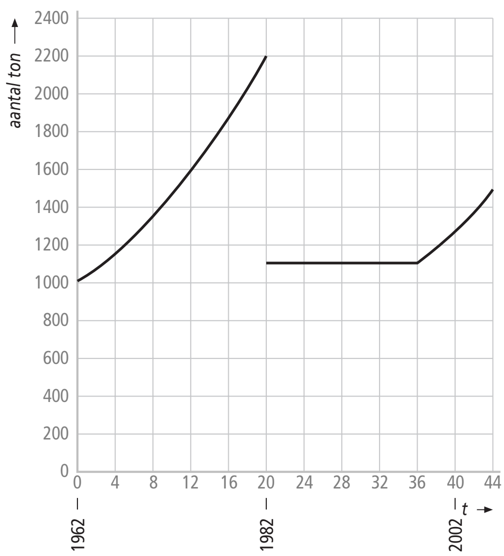
**b** $V = 1004 \times 1{,}04^t$

**c** Bij 1982 hoort $t = 20$ . Invullen in de formule geeft $1004 \times 1{,}04^{20} \approx 2200$ ton schelvis.

**d** Bij 2005 hoort $t = 43$ . Invullen in de formule geeft $1004 \times 1{,}04^{43} \approx 5422$ ton schelvis.

**e** In 1999 zou de vangst dan 1100 × 1,04 = 1144 ton schelvis zijn.
En in 2000 zou de vangst dan 1100 × $1{,}04^2$ ≈ 1190 ton schelvis zijn.

**f**



**g** In 2016 zal de vangst ongeveer even groot zijn als in 1982, want in 2015 zal de vangst $1100 \times 1{,}04^{17} \approx 2143$ ton schelvis zijn en in 2016 zal de vangst $1100 \times 1{,}04^{18} \approx 2228$ ton schelvis zijn.

**46a**

| *veld* | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *aantal graankorrels* | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |

**b** Bij de tabel hoort een exponentieel verband omdat in de onderste rij van de tabel telkens met 2 vermenigvuldigd wordt.

**c** Op het negende veld komen $128 \times 2 = 256 = 2^8$ graankorrels te liggen.

**d** Een schaakbord heeft 64 velden.
Op het laatste veld komen $2^{63} \approx 9{,}22 \times 10^{18}$ graankorrels.

**e** Nee, één zak graan was veel te weinig.

**47a** $K = 847 \times (\frac{1}{2})^t$

**b** De groeifactor per dag is $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$.

**c** Na negen tijdseenheden is de hoeveelheid $\text{Kalium}_{42}$ ongeveer $847 \times (\frac{1}{2})^9 \approx 1{,}65$ gram.
Na tien tijdseenheden is de hoeveelheid $\text{Kalium}_{42}$ ongeveer $847 \times (\frac{1}{2})^{10} \approx 0{,}83$ gram.
Tien tijdseenheden komt overeen met vijf dagen.
Na vijf dagen is de hoeveelheid $\text{Kalium}_{42}$ minder dan één gram geworden.

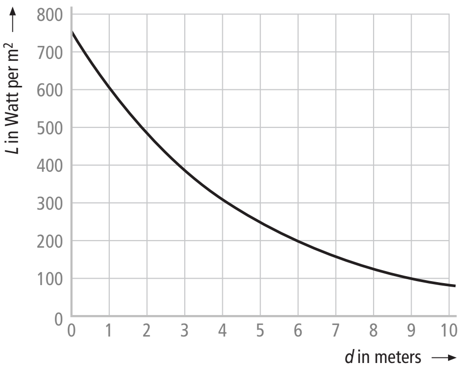
**48a** Aan de oppervlakte is $d = 0$. De lichtsterkte aan de oppervlakte is 750 Watt per $m^2$.

**b** De groeifactor per meter is 0,8.

**c** De uitkomst bij $d = 8$ is $L = 750 \cdot 0{,}8^8 \approx 126$. Dit betekent dat op een diepte van 8 meter de lichtsterkte ongeveer 126 Watt per $m^2$ is.

**d** Bij deze formule hoort een dalende grafiek omdat de groeifactor kleiner dan 1 is.

**e**




**f** Op een diepte van ongeveer 5,4 meter is de lichtsterkte nog 225 Watt per $m^2$.

**g** Invullen van $d = 75$ geeft $L = 750 \cdot 0{,}8^{75} \approx 0{,}00004$. Dat is minder dan 0,0001 Watt per $m^2$, dus de lichtsterkte is niet overal voldoende voor plantaardig leven.

## ICT Exponentiële formules

**I-1a**

| *tijd t* in uren | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *oppervlakte* in km$^2$ | 0,12 | 0,36 | 1,08 | 3,24 | 9,72 | 29,16 | 87,48 |

**b** -

**c** Na ongeveer $5\frac{1}{6}$ uur, dus ongeveer om 15.10 uur had de olievlek een oppervlakte van 40 km$^2$.

**d** Tussen $t = 5$ en $t = 6$ is de grafiek als een rechte lijn getekend, maar de grafiek zal een vloeiende kromme zijn die onder die rechte lijn ligt. Na ongeveer $5\frac{1}{4}$ uur, dus ongeveer om 15.15 uur had de olievlek een oppervlakte van 40 km$^2$.

**I-2a** Na 3 uur geldt $A = 0,12 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0,12 \times 3^3$ en de oppervlakte van de olievlek is dan 3,24 km$^2$.

**b** Na 8 uur geldt $A = 0,12 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$ oftewel $A = 0,12 \times 3^8$ en de oppervlakte van de olievlek is dan 787,32 km$^2$.

**c** Na 1 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^1$ km$^2$, na 2 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^2$ km$^2$, na 3 uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^3$ km$^2$, dus na $t$ uur is de oppervlakte $0,12 \times 3^t$ km$^2$.

**d** De grafiek bij de formule is een vloeiende kromme en de grafiek bij de tabel bestaat uit rechte lijnen.

**e** Om 9 uur 's ochtends was de grootte van de olievlek 0,12 : 3 = 0,04 km$^2$.

**I-3a** De factor in de formule is 1,8.

**b** $s = 20 \times 1,8^3 = 116,64$

**c** Voor $t = 7$ is $s = 20 \times 1,8^7 \approx 1224,44$ en voor $t = 11$ is $s = 20 \times 1,8^{11} \approx 12853,68$.

**d** Voor $t = 0$ is $s = 20 \times 1,8^0 = 20$.

**I-4a/b**

| *macht* | $3^0$ | $3^1$ | $3^2$ | $3^3$ | $3^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *uitkomst* | 1 | 3 | 9 | 27 | 81 |

**c**

| *macht* | $2^0$ | $2^1$ | $2^2$ | $2^3$ | $2^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *uitkomst* | 1 | 2 | 4 | 8 | 16 |

| *macht* | $5^0$ | $5^1$ | $5^2$ | $5^3$ | $5^4$ |
|---|---|---|---|---|---|
| *uitkomst* | 1 | 5 | 25 | 125 | 625 |

**d** Als de exponent gelijk is aan 0, dan is de uitkomst van een macht 1.

**I-5a** De groeifactor bij tabel 1 is 600 : 400 = 900 : 600 = 1,5.

| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *h* | 400 | 600 | 900 | 1350 | 2025 | 3037,5 |

De formule bij tabel 1 is $h = 400 \times 1,5^t$.

**b** -

**c** De groeifactor bij tabel 2 is 7,5 : 37,5 = 1,5 : 7,5 = 0,2.

| *t* | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *h* | 937,5 | 187,5 | 37,5 | 7,5 | 1,5 | 0,3 |

De formule bij tabel 2 is $h = 937,5 \times 0,2^t$.

**I-6a** -

**b** Bij $w=15\cdot 0,9^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 0,9, de uitkomst bij $t=1$ is $w=15\cdot 0,9=13,5$ en de uitkomst bij $t=3$ is $w=15\cdot 0,9^3=10,935$.
Bij $m=15\cdot 1,3^t$ is de beginhoeveelheid 15, is de groeifactor 1,3, de uitkomst bij $t=1$ is $m=15\cdot 1,3=19,5$ en de uitkomst bij $t=3$ is $m=15\cdot 1,3^3=32,955$.
Bij $p=70\cdot 0,5^t$ is de beginhoeveelheid 70, is de groeifactor 0,5, de uitkomst bij $t=1$ is $p=70\cdot 0,5=35$ en de uitkomst bij $t=3$ is $p=70\cdot 0,5^3=8,75$.
Bij $k=1,6^t$ is de beginhoeveelheid 1, is de groeifactor 1,6, de uitkomst bij $t=1$ is $k=1,6$ en de uitkomst bij $t=3$ is $k=1,6^3=4,096$.

**c** Bij de formule $w=15\cdot 0,9^t$ is de grafiek dalend, bij de formule $m=15\cdot 1,3^t$ is de grafiek stijgend, bij de formule $p=70\cdot 0,5^t$ is de grafiek dalend en bij de formule $k=1,6^t$ is de grafiek dalend.
Als de groeifactor groter dan 1 is, dan is de grafiek stijgend en als de groeifactor kleiner dan 1 is, dan is de grafiek dalend.

**d** Als van een exponentieel verband $g>1$, dan is de grafiek stijgend. Dat klopt met opdracht c.

**I-7a** De grafiek stijgt minder snel en wordt minder steil.

**b** Als je $g$ groter maakt, dan stijgt de grafiek sneller en wordt steiler.

**c** Als $g=1$, dan is de grafiek een horizontale rechte lijn.

**d** Als $g$ kleiner dan 1 is, dan wordt de grafiek een dalende grafiek.

**I-8a** Bij de formule $h=\frac{1}{4}\cdot 4^t$ hoort de snelst stijgende grafiek.

**b** De groeifactoren zijn achtereenvolgens 4, $\frac{1}{2}$, 1 en 2. De formule $h=\frac{1}{4}\cdot 4^t$ heeft de grootste groeifactor. Dat klopt met het antwoord bij opdracht a.

**c** De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (2, 4), (1, 8), (0, 16), (2, 16), $(3\frac{1}{2}, 16)$ en (4, 64).

## Test jezelf

**T-1a** Je moet het jaarinkomen met de factor 0,045 vermenigvuldigen.

**b** De winstuitkering voor Andreas is 0,045 × € 38.000,- = € 1.710,-.

**c** De verkoopprijs is 1,40 × 1,19 × € 75,- = € 124,95.

**d** Nee, want 1,40 × 1,19 = 1,666 en er is 66,6% bij de prijs opgeteld.

**T-2a** Je moet achtereenvolgens vermenigvuldigen met 2,4 : 2,8 ≈ 0,857, met 2,0 : 2,4 ≈ 0,833, met 1,7 : 2,0 = 0,850, met 1,4 : 1,7 ≈ 0,824 en met 1,2 : 1,4 ≈ 0,857 en die getallen liggen dicht bij elkaar.

**b** Het gemiddelde is ongeveer 0,84.

**c** Na 8 minuten is de hoogte van de schuimkraag $2,8\times 0,84^8\approx 0,69$ cm en na 10 minuten is de hoogte van de schuimkraag $2,8\times 0,84^{10}\approx 0,49$ cm.

**T-3a** Bij tabel 1 is de groeifactor 900 : 600 = 1350 : 900 = 2025 : 1350 = 1,5.

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $a$ | 600 | 900 | 1350 | 2025 | 3037,5 | 4556,25 | 6834,375 |

Bij tabel 2 is de groeifactor 45 : 225 = 9 : 45 = 1,8 : 9 = 0,2.

| $t$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $b$ | 1125 | 225 | 45 | 9 | 1,8 | 0,36 | 0,072 |

**b** De bijbehorende formule bij tabel 1 is $a = 600 \cdot 1,5^t$ en de bijbehorende formule bij tabel 2 is $b = 1125 \cdot 0,2^t$.

**T-4a** De groeifactor per 20 minuten is 2.

**b** Er gaan twee perioden van 10 minuten in 20 minuten. De groeifactor per 10 minuten is $\sqrt{2}$.
Er gaan drie perioden van 20 minuten in een uur. De groeifactor per uur is $2^3 = 8$.

**c** $A = 16 \cdot 8^t$

**d** Op $t = 0$ waren er 16 cellen, op $t = -1$ waren er 16 : 2 = 8 cellen, op $t = -2$ waren er 8 : 2 = 4 cellen, op $t = -3$ waren er 4 : 2 = 2 cellen en op $t = -4$ waren er 2 : 2 = 1 cellen.
Vier perioden van 20 minuten voor 14.00 uur is 80 minuten voor 14.00 uur.
De eicel werd om 12.40 uur bevrucht.

**e** Invullen van $t = 3$ geeft dat er om 17.00 uur $16 \times 8^3 = 8192$ cellen zullen zijn.

**f** Invullen van $t = 24$ geeft dat er een dag later $16 \times 8^{24} \approx 7,6 \times 10^{22}$ cellen zullen zijn.

**T-5a** $y = 0,18^{10} \approx 3,57 \times 10^{-8}$

**b** $y = 0,9 \times 8^{10} \approx 9,66 \times 10^8$

**c** $y = 34\,000 \times 0,1^{10} = 3,40 \times 10^{-6}$

**d** $y = 222 \times 0,25^{10} \approx 2,12 \times 10^{-4}$

**e** $y = 0,0023 \times 10^{10} = 2,30 \times 10^7$

**f** $y = 70 \times 5^{10} \approx 6,84 \times 10^8$

**T-6a** De groeifactor per jaar is 0,98.

**b** De groeifactor per 10 jaar is $0,98^{10} \approx 0,817$.

**c** Een formule is $I = 15\,000 \times 0,817^t$ met $I$ het aantal inwoners en $t$ de tijd per 10 jaar.

**d** Na 20 jaar zullen er $15\,000 \times 0,98^{20} \approx 10\,014$ inwoners zijn.
Na 21 jaar zullen er $15\,000 \times 0,98^{21} \approx 9814$ inwoners zijn.
Na 21 jaar komt het inwoneraantal onder de 10 000.

**T-7a** Ja, er is sprake van exponentiële groei, want er wordt telkens met 2 vermenigvuldigd.
De bijbehorende formule is $y = 17 \times 2^t$.

**b** Nee, er is geen sprake van exponentiële groei, want er wordt achtereenvolgens vermenigvuldigd met 69 : 53 ≈ 1,3, met 89 : 69 ≈ 1,3 en met 152 : 89 ≈ 1,7.

**c** Ja, er is sprake van exponentiële groei, want er wordt telkens met ongeveer 0,85 vermenigvuldigd. De bijbehorende formule is $y = 635 \times 0,85^t$.

**d** Ja, er is sprake van exponentiële groei, want er wordt telkens met 3 vermenigvuldigd.
De bijbehorende formule is $y = 12 \times 3^t$.

**T-8a** Na 2 uur is $P = 0,75 \cdot 0,87^2 \approx 0,57$ en na 3 uur is $P = 0,75 \cdot 0,87^3 \approx 0,49$, dus het is dan ongeveer 3 uur.

**b** Ja, want na 9 uur is $P = 0,75 \cdot 0,87^9 \approx 0,21$ en dan is hij nog onder invloed.

**c** Na twee dagen is het alcoholpromillage in zijn bloed $0,75 \cdot 0,87^{48} \approx 9,4 \times 10^{-4}$ promille.